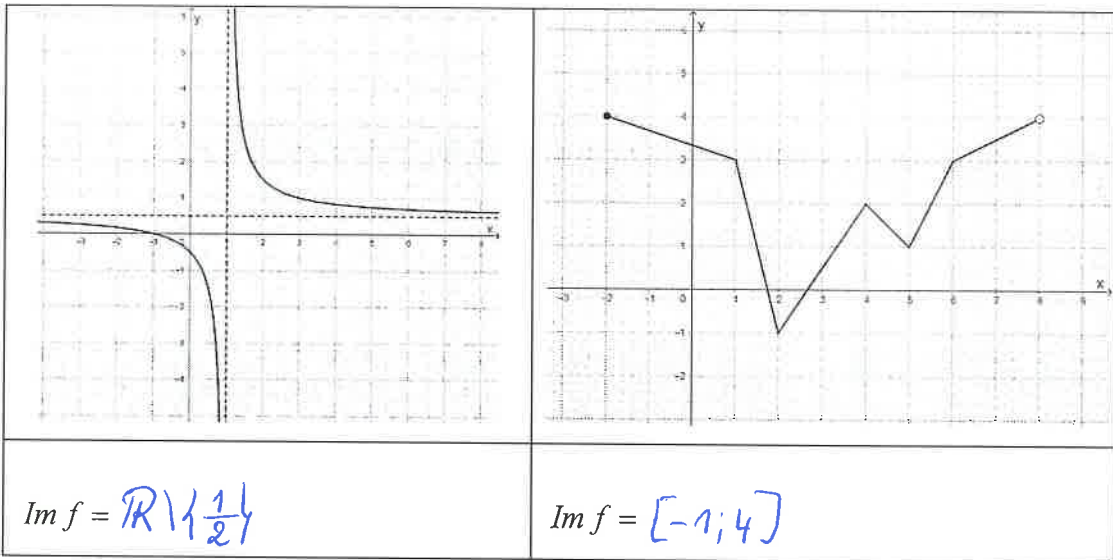


Exercices de renforcement

3. Ensemble-image, graphique, racines

1. Détermine l'ensemble-image de chaque fonction :

$Im f = [-3; 1]$	$Im f = [-2; 2]$
$Im f =]-3; 3[$	$Im f =]-3; 3]$
$Im f =]-4; 5]$	$Im f = \mathbb{R}$



2. On donne la fonction $f(x) = x^3 + 7$. Détermine les coordonnées du point P dont l'abscisse vaut -2 . Indique tes calculs.

$$\text{Si } x = -2, f(-2) = (-2)^3 + 7 = -8 + 7 = -1 \quad \Rightarrow P(-2; -1)$$

3. On considère la fonction $f(x) = -2x^2 + 3x$.

Les points suivants appartiennent-ils à G_f ? Justifie ta réponse par calculs.

(1) $A(1; 1)$

$$f(1) = -2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 = 1 \quad \Rightarrow A \in G_f$$

(2) $B\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{2} = 1 \neq -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow B \notin G_f$$

(3) $C(-3; -30)$

$$f(-3) = -2 \cdot (-3)^2 + 3 \cdot (-3) = -27 \neq -30 \quad \Rightarrow C \notin G_f$$

(4) $D(-10^2; -170)$

$$f(-10^2) = -2 \cdot (-10^2)^2 + 3 \cdot (-10^2) = -20300 \neq -170 \quad \Rightarrow D \notin G_f$$

4. On donne la fonction $f(x) = \frac{4x+6}{1+x}$. Détermine l'abscisse du point B dont l'ordonnée vaut 5. Indique tes calculs.

$$\begin{aligned} \text{Si } y=5, \quad \frac{4x+6}{1+x} = 5 &\Leftrightarrow 4x+6 = 5 \cdot (1+x) \\ &\Leftrightarrow 4x+6 = 5+5x \\ &\Leftrightarrow 1 = x \end{aligned}$$

L'abscisse du point B vaut 1.

5. On considère la fonction $f(x) = x^2 + 3x + p$ où p est un nombre réel. Détermine toutes les valeurs de p sachant que $A(5;22)$ appartient au graphique de f . Indique tes calculs.

$$\begin{aligned} A \in G_f &\Leftrightarrow 22 = 5^2 + 3 \cdot 5 + p \\ &\Leftrightarrow 22 = 25 + 15 + p \\ &\Leftrightarrow p = -18 \end{aligned}$$

6. Détermine les racines des fonctions suivantes. Indique tes calculs.

(1) $f(x) = 3x - 12$

$$\begin{aligned} 3x - 12 = 0 &\Leftrightarrow 3x = 12 \\ &\Leftrightarrow x = 4 \end{aligned}$$

(2) $f(x) = x^3 + 4x^2 + 4x$

$$\begin{aligned} x^3 + 4x^2 + 4x = 0 &\Leftrightarrow x \cdot (x^2 + 4x + 4) = 0 \\ &\Leftrightarrow x \cdot (x+2)^2 = 0 \\ &\quad \downarrow \qquad \downarrow \\ &\quad x=0 \qquad x=-2 \end{aligned}$$

(3) $f(x) = \frac{1}{3}x + 6$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}x + 6 = 0 &\Leftrightarrow \frac{1}{3}x = -6 \\ &\Leftrightarrow x = -18 \end{aligned}$$

(4) $f(x) = x^2 + 6x$

$$\begin{aligned} x^2 + 6x = 0 &\Leftrightarrow x \cdot (x+6) = 0 \\ &\quad \downarrow \qquad \downarrow \\ &\quad x=0 \qquad x=-6 \end{aligned}$$

$$(5) f(x) = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2}$$

$$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x-2} = \frac{-1}{x+2}$$

$$\Leftrightarrow 1 \cdot (x+2) = -1 \cdot (x-2)$$

$$\Leftrightarrow x+2 = -x+2$$

$$\Leftrightarrow 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

$$(6) f(x) = x^2 - 9$$

$$x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3) \cdot (x+3) = 0$$

\downarrow \downarrow
 $x=3$ $x=-3$

$$(7) f(x) = \sqrt{\frac{6x+1}{3x+4}}$$

$$\sqrt{\frac{6x+1}{3x+4}} = 0 \Leftrightarrow \frac{6x+1}{3x+4} = 0 \Leftrightarrow 6x+1=0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{6}$$

$$(8) f(x) = \frac{\sqrt{3x+4}}{\sqrt{x-1}}$$

$$\frac{\sqrt{3x+4}}{\sqrt{x-1}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3x+4} = 0 \Leftrightarrow 3x+4=0 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{3}$$

$$(9) f(x) = (4x+4)(2x-1) - (4x+4)(-5x+3)$$

$$(4x+4)(2x-1) - (4x+4) \cdot (-5x+3) = 0 \quad \downarrow \text{ on met } 4x+4 \text{ en évidence}$$

$$\Leftrightarrow (4x+4) \cdot [(2x-1) - (-5x+3)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x+4) \cdot (2x-1+5x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x+4) \cdot (7x-4) = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ x = -1 & & x = \frac{4}{7} \end{array}$$

$$(10) f(x) = (x-3)(4x+2)$$

$$(x-3) \cdot (4x+2) = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ x = 3 & & x = -\frac{1}{2} \end{array}$$

$$(11) f(x) = \frac{x + \sqrt{5}}{x - 2}$$

$$\frac{x + \sqrt{5}}{x - 2} = 0 \Leftrightarrow x + \sqrt{5} = 0 \Leftrightarrow x = -\sqrt{5}$$

$$(12) f(x) = \sqrt{-12x - 15}$$

$$\sqrt{-12x - 15} = 0 \Leftrightarrow -12x - 15 = 0 \Leftrightarrow -12x = 15 \Leftrightarrow x = \frac{-15}{12} = -\frac{5}{4}$$

$$(13) f(x) = (x+2)(x+3) - (x+2)(4-5x)$$

$$(x+2) \cdot (x+3) - (x+2) \cdot (4-5x) = 0 \quad \downarrow \text{ on met } x+2 \text{ en évidence}$$

$$\Leftrightarrow (x+2) \cdot [(x+3) - (4-5x)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2) \cdot (x+3-4+5x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2) \cdot (6x-1) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ x = -2 & x = 1/6 \end{array}$$

$$(14) f(x) = 64 - 81x^2$$

$$64 - 81x^2 = 0 \Leftrightarrow (8-9x) \cdot (8+9x) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ x = \frac{8}{9} & x = -\frac{8}{9} \end{array}$$

$$(15) f(x) = \frac{3}{x-2} + \frac{4}{2x+1}$$

$$\frac{3}{x-2} + \frac{4}{2x+1} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x-2} = \frac{-4}{2x+1}$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot (2x+1) = -4 \cdot (x-2)$$

$$\Leftrightarrow 6x+3 = -4x+8$$

$$\Leftrightarrow 10x = 5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

