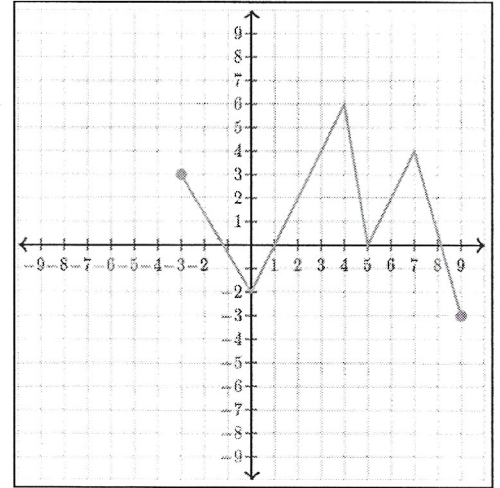


Exercices de renforcement

6. Exercices récapitulatifs

1. Voici le graphique de la fonction f :



(1) Donne le domaine de définition de f .

..... $[-3; 9]$

(2) Donne l'ensemble-image. $[-3; 6]$

(3) Donne le tableau de signe de f .

x	-2	-1,2	1	5	8,1	9			
$f(x)$	3	+	0	-	0	+	0	-	3

(4) Donne les coordonnées d'un maximum.

..... $(4; 6)$

(5) Donne un intervalle sur lequel $f(x) \geq 0$ $[1; 5]$

(6) Donne un antécédent de 2. 6

(7) Donne l'image de 0. -2

(8) f est-elle impaire ? Pourquoi ? *f n'est qu'une ligne car l'axe des ordonnées n'est pas un axe de symétrie et que le point (0,0) n'est pas un centre de symétrie.*

(9) Donne un intervalle sur lequel la fonction est décroissante et négative.

..... $[8; 9]$

2. Voici le tableau de variation d'une fonction f .

x	-3	-1	2	3
$f(x)$	-2 ↗	-1 ↘	-2 ↗	3

(1) Quel est le domaine de cette fonction ? $[-3; 3]$

(2) Quel est le signe de l'image de 1 ? Explique ta réponse. *L'image de 1 est négative car pour $x \in [-1; 2]$, les images sont comprises entre -2 et -1*

(3) Donne les coordonnées du minimum. $(2; -2)$

(4) Combien de racines possède cette fonction ? Justifie ta réponse. *On ne peut pas le savoir. Il pourrait y avoir une racine entre $x=2$ et $x=3$.*

3. On donne la fonction $f(x) = (2+x^2) \cdot (1-x^2)$.

(1) Pose les conditions d'existence et détermine le domaine de définition de f .

CE: aucune

$$\text{dom } f = \mathbb{R}$$

(2) Détermine la parité de cette fonction. Indique tes calculs.

$$\begin{aligned} f(-x) &= (2+(-x)^2) \cdot (1-(-x)^2) \\ &= (2+x^2) \cdot (1-x^2) \\ &= f(x) \rightarrow f \text{ est paire} \end{aligned}$$

(3) Calcule l'image de 0.

$$\begin{aligned} f(0) &= (2+0^2) \cdot (1-0^2) \\ &= 2 \cdot 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

4. Pose les conditions d'existence et détermine le domaine de définition des fonctions suivantes :

(1) $f(x) = \frac{x+2}{x^2+6x+9}$

CE: $x^2+6x+9 \neq 0$

$(x+3)^2 \neq 0$

$x+3 \neq 0$

$x \neq -3$

$\text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$

(2) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{-1-x}}$

CE: $\frac{x}{-1-x} \geq 0$

Racines : (N) $x=0$

(D) $-1-x=0$

$-x=1$

$x=-1$

x	-1	0	
x	-	-	0 +
$-1-x$	+	0	- - -
$\frac{x}{-1-x}$	-	+	0 -

$\text{dom } f =]-1; 0]$

(3) $f(x) = 2x^2 - 4x$

CE: aucune

$\text{dom } f = \mathbb{R}$

$$(4) f(x) = \sqrt{\frac{2x+8}{-3-3x}}$$

$$\text{CE: } \frac{2x+8}{-3-3x} \geq 0$$

$$\text{Racines: } \textcircled{N} \quad 2x+8=0$$

$$x = -4$$

$$\textcircled{D} \quad -3-3x=0$$

$$x = -1$$

x		-4		-1	
$2x+8$	-	0	+	+	+
$-3-3x$	+	+	+	0	-
$\frac{2x+8}{-3-3x}$	-	0	+	-	-

$$\Rightarrow \text{dom } f = [-4; -1[$$

$$(5) f(x) = \sqrt{3x^2 - 12x}$$

$$\text{CE: } 3x^2 - 12x \geq 0$$

$$\text{Racines: } 3x^2 - 12x = 0$$

$$3x \cdot (x-4) = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$x=0 \quad x=4$$

x		0		4	
$3x$	-	0	+	+	+
$x-4$	-	-	-	0	+
$3x^2-12x$	+	0	-	0	+

$$\Rightarrow \text{dom } f = \leftarrow; 0] \cup [4; \rightarrow$$

$$(6) f(x) = \frac{5x+5}{\sqrt{(5x+3)(5x+4)}}$$

$$\text{CE: } (5x+3) \cdot (5x+4) > 0$$

$$\text{Racines: } (5x+3) \cdot (5x+4) = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$x = -\frac{3}{5} \quad x = -\frac{4}{5}$$

x		$-\frac{4}{5}$		$-\frac{3}{5}$	
$5x+3$	-	-	-	0	+
$5x+4$	-	0	+	+	+
$(5x+3)(5x+4)$	+	0	-	0	+

$$\Rightarrow \text{dom } f = \leftarrow; -\frac{4}{5}[\cup]-\frac{3}{5}; \rightarrow$$

5. Détermine également les racines des fonctions de l'exercice précédent.

$$(1) f(x) = \frac{x+2}{x^2+6x+9}$$

$$\frac{x+2}{x^2+6x+9} = 0 \Leftrightarrow x+2=0$$

$$\Leftrightarrow x = -2$$

$$(2) f(x) = \sqrt{\frac{x}{-1-x}}$$

$$\sqrt{\frac{x}{-1-x}} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{-1-x} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

$$(3) f(x) = 2x^2 - 4x$$

$$2x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow 2x \cdot (x - 2) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ x = 0 & x = 2 \end{array}$$

$$(4) f(x) = \sqrt{\frac{2x+8}{-3-3x}}$$

$$\sqrt{\frac{2x+8}{-3-3x}} = 0 \Leftrightarrow \frac{2x+8}{-3-3x} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -4$$

$$(5) f(x) = \sqrt{3x^2 - 12x}$$

$$\sqrt{3x^2 - 12x} = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x \cdot (x - 4) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ x = 0 & x = 4 \end{array}$$

$$(6) f(x) = \frac{5x+5}{\sqrt{(5x+3)(5x+4)}}$$

$$\frac{5x+5}{\sqrt{(5x+3)(5x+4)}} = 0 \Leftrightarrow 5x+5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1$$

6. On considère la fonction f dont on donne le tableau de signe et le tableau de variation.

x		-1		1		5	
$f(x)$	-	$\neq$	+	0	-	0	+

x		-2		-1		3	
$f(x)$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$\neq$	$\searrow$	-2	$\nearrow$

Pour chaque proposition, coche "vrai", "faux" ou "on ne peut pas savoir" (autrement dit, ce n'est pas toujours vrai, mais l'affirmation est possible).

(1) $f(0) > f(6)$

☐ Vrai ☐ Faux ☒ On ne peut pas savoir

(2) L'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions.

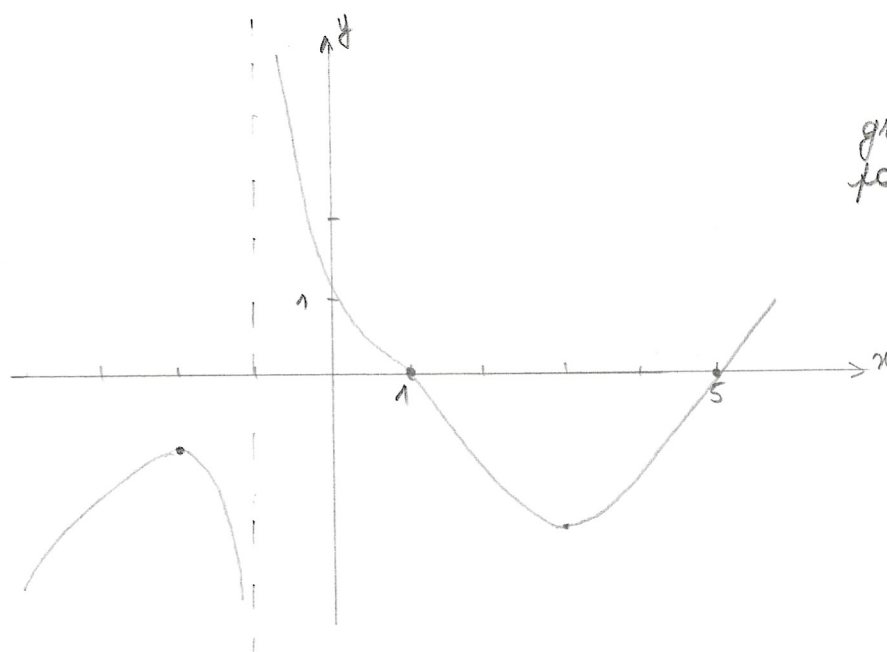
☒ Vrai ☐ Faux ☐ On ne peut pas savoir

(3) L'ordonnée du maximum de f est plus petite que l'ordonnée du minimum de f .

☐ Vrai ☒ Faux ☐ On ne peut pas savoir

(4) Pour tout $x \leq -1$, $f(x) > 0$.

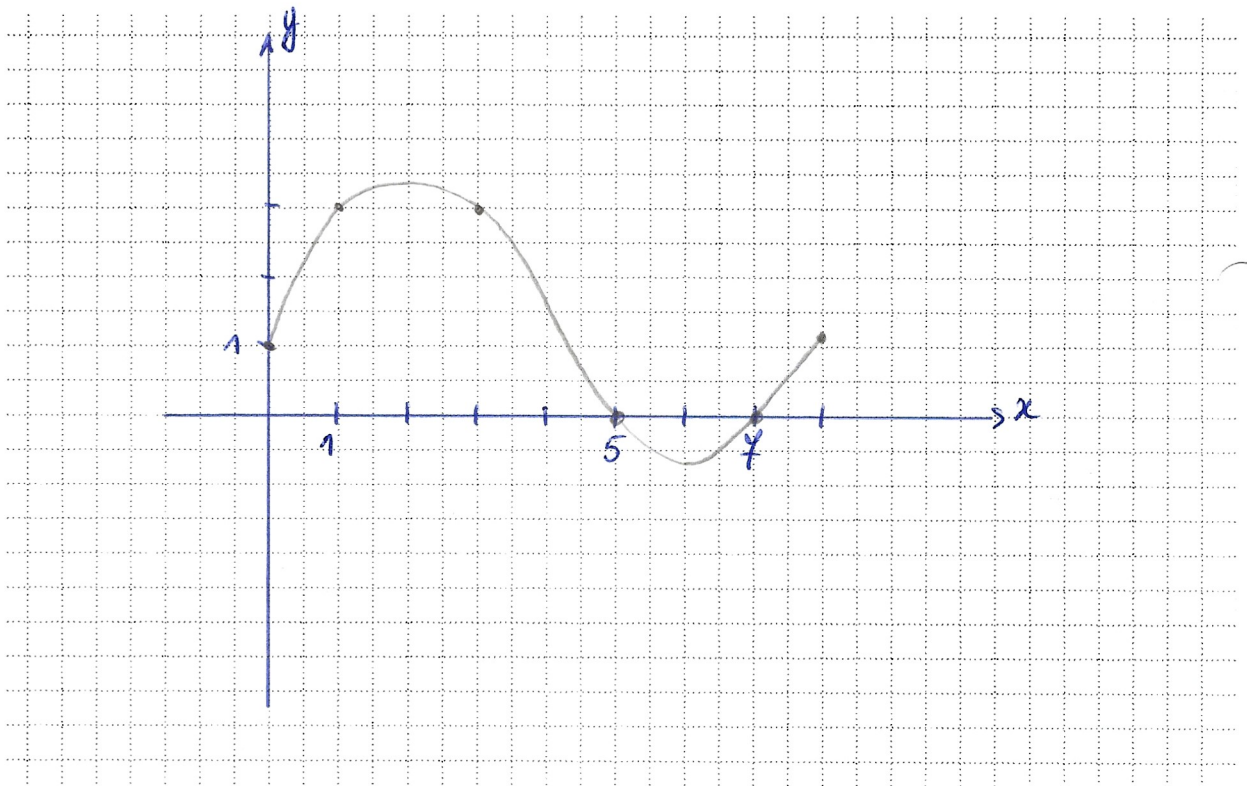
☐ Vrai ☒ Faux ☐ On ne peut pas savoir



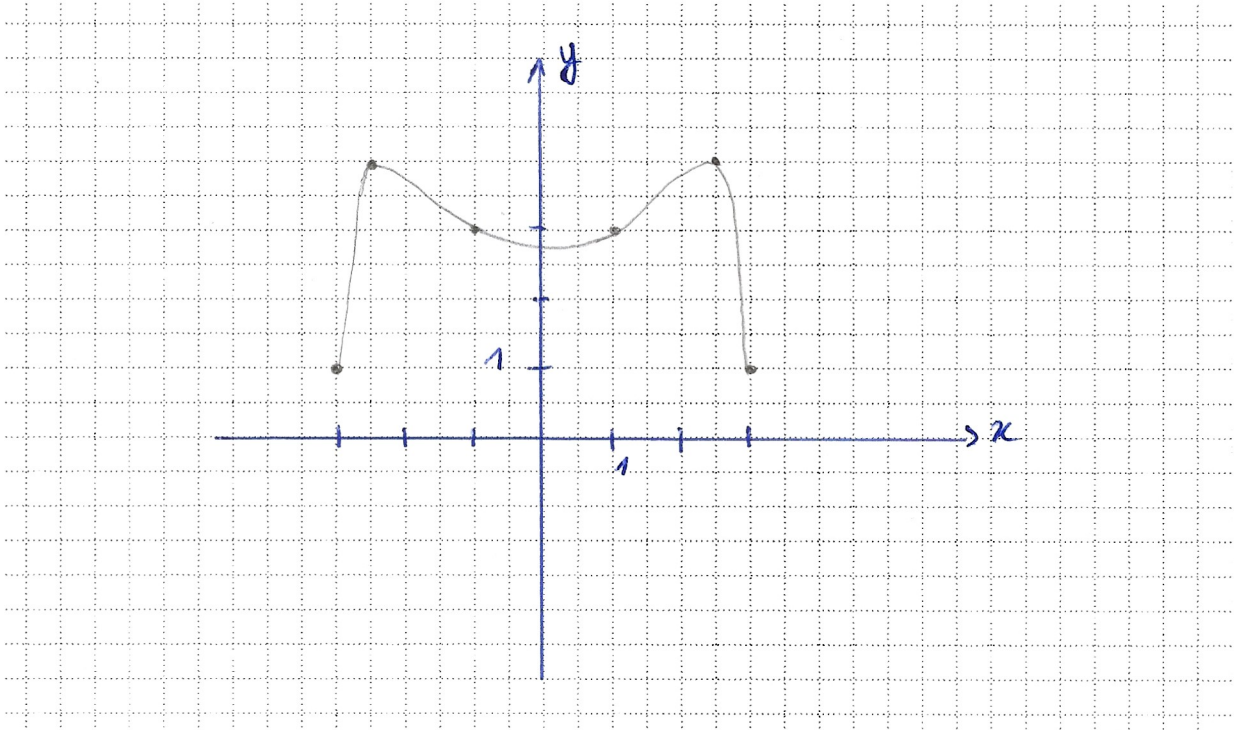
7. Une fonction f a les propriétés suivantes :

- (1) elle est définie sur $[0;8]$
- (2) l'équation $f(x)=3$ a deux solutions : 1 et 3
- (3) l'image de 0 est 1
- (4) l'inéquation $f(x) \leq 0$ a pour ensemble de solutions $[5;7]$.

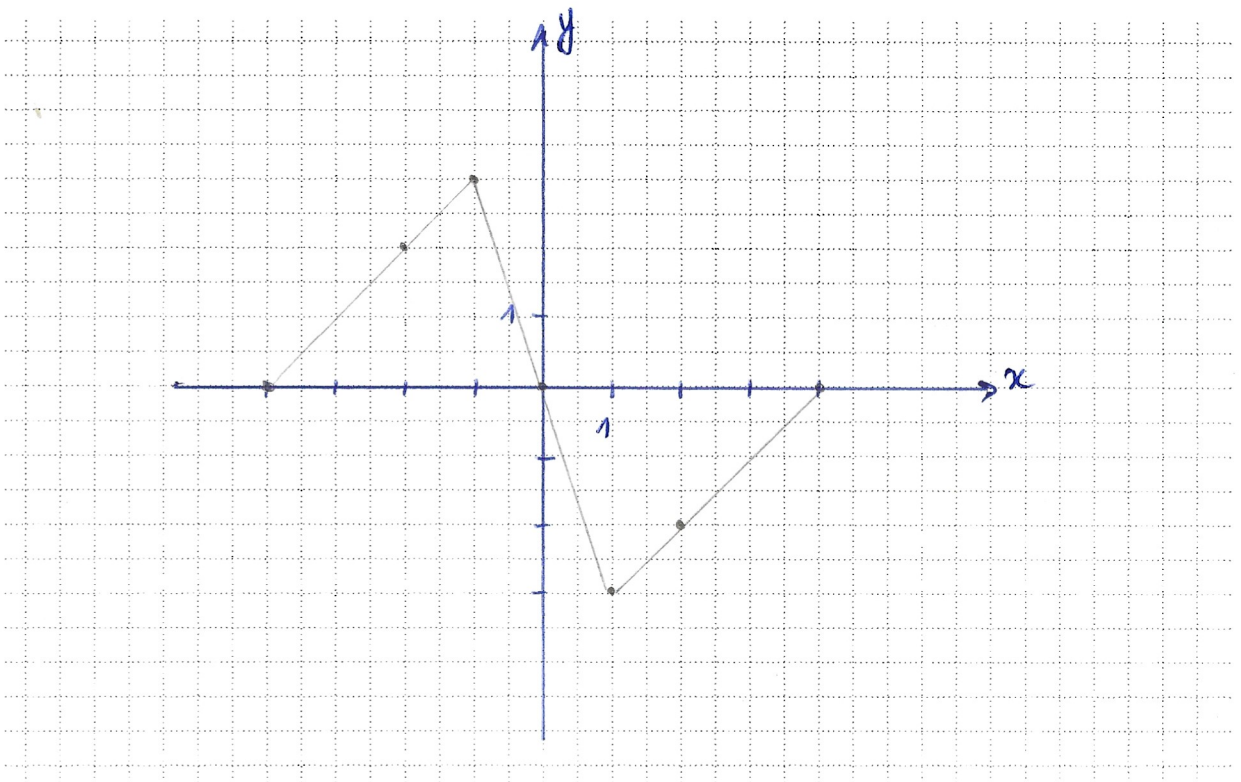
Dans un repère orthonormé, trace un graphique possible pour la fonction f .



8. On considère une fonction f définie sur $[-3;3]$. On sait que $f(1)=3$, $f(2,5)=4$, $f(3)=1$ et que f est paire. Trace un graphique possible de f dans un repère orthonormé.

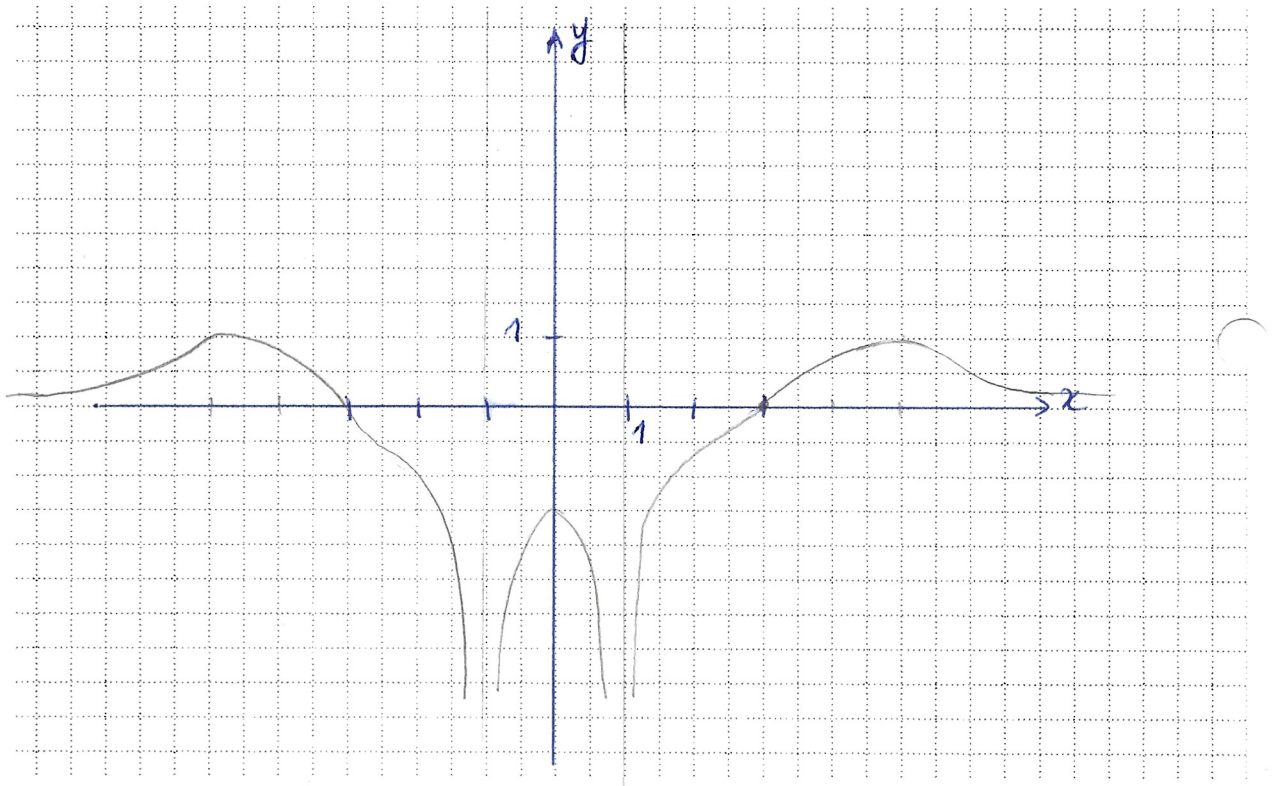


9. On considère une fonction f définie sur $[-4;4]$. On sait que $f(1)=-3$, $f(-2)=2$, que l'équation $f(x)=0$ a pour solutions 0 ; -4 et 4 et que f est impaire. Trace un graphique possible de f dans un repère orthonormé.



10. Représente le graphique d'une fonction f qui vérifie les conditions suivantes :

- (1) f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$
- (2) f est paire
- (3) f est négative sur $[-3; 0]$
- (4) f est croissante sur $[-5; -1]$
- (5) f admet exactement deux racines



11. Voici le tableau de signe et le tableau de variation de la fonction f . Représente un graphique possible de f dans un repère orthonormé.

x	-3	$-\frac{1}{2}$	1	5	8			
$f(x)$	$\neq$	0	+	0	-	0	+	4

x	-3	0	3	8
$f(x)$	$\neq$	2	-3	4
		↗ max	↘ min	↗

