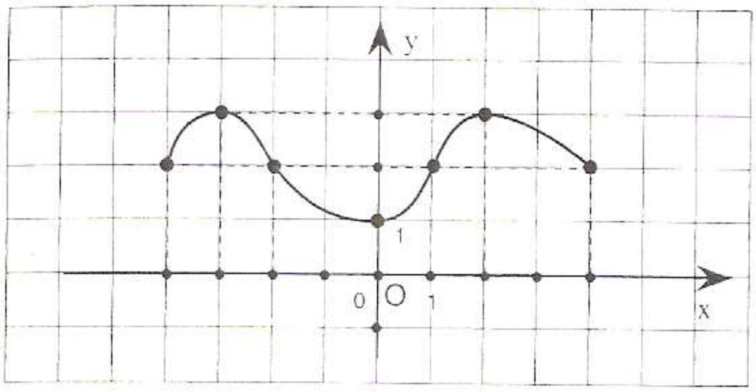
A. Généralités

3. Exercices récapitulatifs

1. Voici le graphe cartésien de la fonction f (f est définie sur l'intervalle $[-4;4]$)



(1) Donne l'image de -3. 3

(2) Donne l'image de 2. 3

(3) Donne l'image de 6. N'existe pas

(4) Quel(s) est(sont) l'(les) antécédent(s) de 0, de 1, de 2 ?

N'existe pas ; 0 ; -4,-2, 1 et 4

(5) Donne l'ensemble-image. $\operatorname{Im} f = [1;3]$

(6) Quel est l'ensemble des réels dont l'image est positive ? $[-4;4]$

(7) Quel est l'ensemble des réels dont l'image est strictement plus petite que 2 ?

$]-2;1[$

(8) Caractérise la variation de f sur $[-3;0]$. f est décroissante

(9) Caractérise la variation de f sur $[-4;-3]$. f est croissante

(10) Donne un intervalle sur lequel la fonction est croissante.

$[0;2]$ est une possibilité

(11) Donne un intervalle sur lequel la fonction est décroissante.

$[2;4]$ est une possibilité

(12) f est-elle paire ? Pourquoi ?

Non car l'axe des ordonnées n'est pas un axe de symétrie

(13) f est-elle impaire ? Pourquoi ?

Non car l'origine du repère n'est pas un centre de symétrie

(14) Donne les coordonnées du(des) minimum(s) de f. $(0;1)$

(15) Donne les coordonnées du(des) maximum(s) de f. $(-3;3)$ et $(2;3)$

2. Soit $f(x)=\dfrac{x-1}{x+2}$.

(1) Détermine $dom\ f$. $\qquad$ $dom\,f=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

(2) Que vaut l'image de 2 ? $\qquad$ $\dfrac{1}{4}$

(3) Recherche l'antécédent de 3. $\qquad$ $-\dfrac{7}{2}$

(4) Détermine la parité de cette fonction. $\qquad$ quelconque

(5) Etablis son tableau de signe. Déduis-en les réels pour lesquels la fonction est positive.

x		-2		1	
$x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$+$	///	$-$	0	$+$

f est positive sur $]-\infty;-2[\ \cup\ [1;+\infty[$

3. Construis le graphe d'une fonction f définie sur $[-4;4]$ et qui vérifie toutes les conditions suivantes :

(1) $f(0)=-5$ et $f(4)=1$

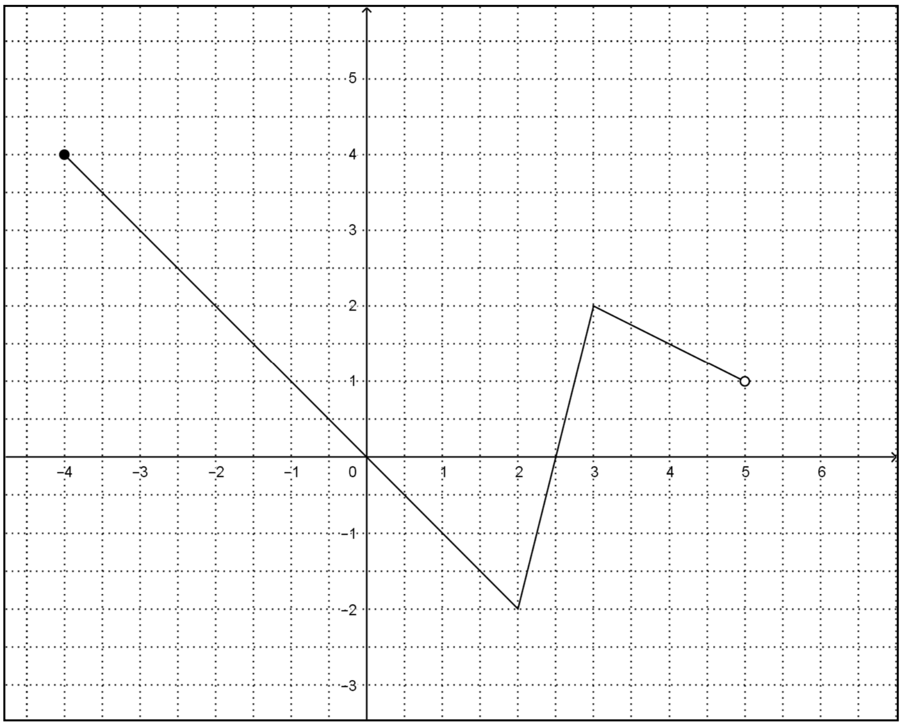
(2) f est strictement décroissante sur $[-4;0]$, strictement croissante sur $[0;2]$ et strictement décroissante sur $[2;4]$

(3) un antécédent de 2 par f est 3

(4) f est négative sur $[-4;1]$ et positive sur $[1;4]$

Sol : Il y a une infinité de possibilités…

4. Voici le graphique complet de la fonction f.



(1) Quel est le domaine de la fonction ? $dom\, f = [-4;5[$

(2) Quel est l'ensemble-image ? $\text{Im}\, f = [-2;4]$

(3) Donne le tableau de signe.

x	-4		0		$2{,}5$		5
$f(x)$	4	+	0	−	0	+	///

(4) Sur quel ensemble la fonction est-elle positive ? $[-4;0]\, \text{U}\, [2,5;5[$

(5) Donne le tableau de variation.

x	-4		2		3		5
			Min		Max		
$f(x)$	4	]	−2	Z	2	]	///

(6) Indique la parité. quelconque

(7) Quelles sont les coordonnées du maximum ? $(-4;4)$ et $(3;2)$

(8) Donne l'image de –3. 3

5. Pose les conditions d'existence et détermine le domaine de définition des fonctions suivantes :

(1) $f(x)=\sqrt{(x-1)(x+3)}$

CE : $(x-1)(x+3)\geq 0$ Faire un TS

$dom\,f =]-\infty;-3]\,\mathrm{U}\,[1;+\infty[$

(2) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+2}{x-4}}$

CE1 : $\dfrac{x+2}{x-4}\geq 0$ CE2 : $x-4\neq 0$

$dom\,f =]-\infty;-2]\,\mathrm{U}\,]4;+\infty[$

(3) $f(x)=\sqrt{x^2-4}$

CE : $x^2-4\geq 0$

$dom\,f =]-\infty;-2]\,\mathrm{U}\,[2;+\infty[$

(4) $f(x)=\sqrt{\dfrac{1-x}{6x+3}}$

CE : $\dfrac{1-x}{6x+3}\geq 0$

$dom\,f = \left]-\dfrac{1}{2};1\right]$

(5) $f(x)=\dfrac{2x+2}{\sqrt{(3x+5)(x-2)}}$

CE : $(3x+5)(x-2)>0$

$dom\,f = \left]-\infty;-\dfrac{5}{3}\right[\,\mathrm{U}\,]2;+\infty[$

(6) $f(x)=\sqrt{x^2-3x}$

$dom\, f =]-\infty;0] \cup [3;+\infty[$