C. Manipulations de fonctions

Pour t'aider à comprendre cette partie du cours, entre le code : NE5H2NK sur *BookWidgets*.

1. Manipulations

Il est souvent possible de construire le graphique d'une fonction à partir du graphique d'une autre fonction, en particulier à partir du graphique d'une fonction usuelle.

Il existe 4 types de manipulations mais 2 types de transformations que sont les translations et les déformations (étirements/compressions).

(1) Translations verticales

Translations verticales
https://youtu.be/_Ju93sJhGn0

Pour construire le graphique de la fonction $f(x)+k$ à partir du graphique de $f(x)$, **<u>on ajoute k à l'ordonnée</u>** de tout point du graphique de la fonction f (sans changer les abscisses).

Dans ce cas, le graphique de f est **<u>translaté verticalement</u>** de k unités

- vers le haut si $k>0$,
- vers le bas si $k<0$.

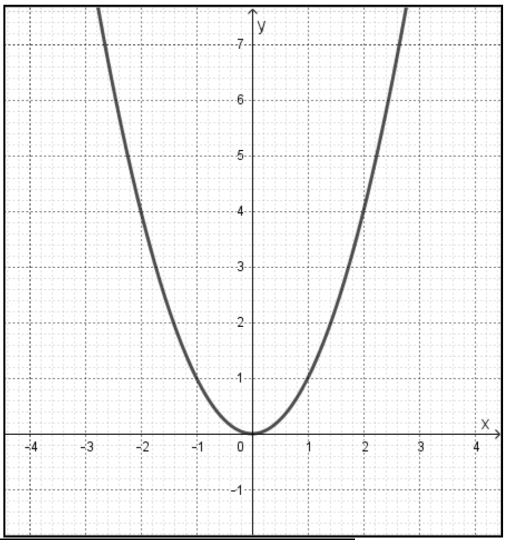
<u>Exemple 1</u> :

Si $f(x)=x^2$ et $g(x)=f(x)+2$, alors $k=2$.

Et on a : $g(x)=x^2+2$.

<u>Manipulation graphique :</u> On ajoute 2 à l'ordonnée de chaque point de f.

Le graphique de f est translaté verticalement de 2 unités vers le haut.



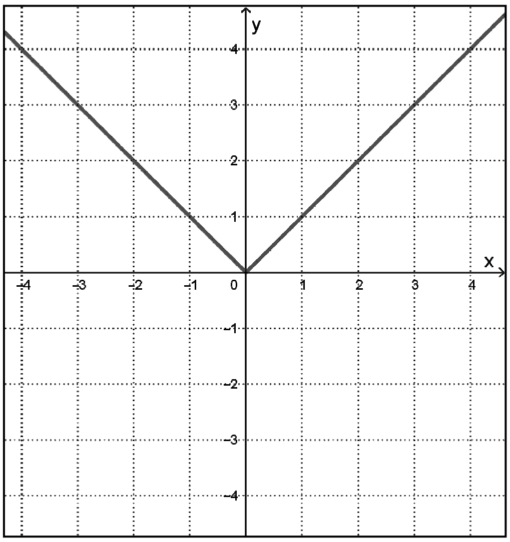
Exemple 2 :

Si $f(x)=|x|$ et $g(x)=f(x)-3$, alors $k=-3$

Et on a : $g(x)=|x|-3$.

Manipulation graphique : On ajoute -3 à l'ordonnée de chaque point de *f*. Ce qui revient à soustraire 3 à chaque ordonnée.

Le graphique de *f* est translaté verticalement de 3 unités vers le bas.



(2) Translations horizontales

Translations horizontales
https://youtu.be/fQd_7u2qBQk

Pour construire le graphique de la fonction $f(x+k)$ à partir du graphique de $f(x)$, **on soustrait k à l'abscisse** de tout point du graphique de la fonction f (sans changer les ordonnées).

Dans ce cas, le graphique de f est **translaté horizontalement** de k unités

- vers la gauche si $k>0$,
- vers la droite si $k<0$.

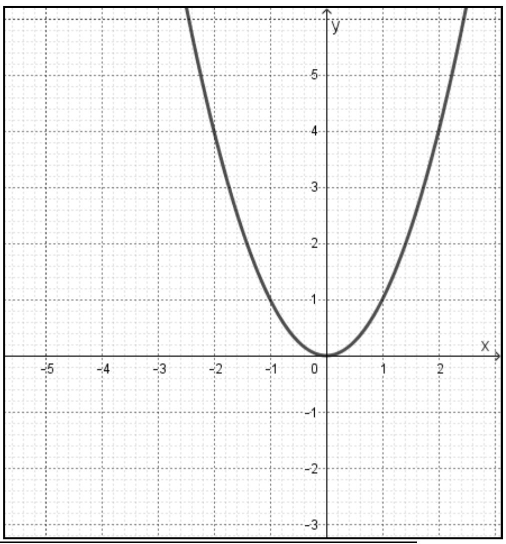
Exemple 1 :

Si $f(x)=x^2$ et $g(x)=f(x+3)$, alors $k=3$.

Et on a : $g(x)=(x+3)^2$.

Manipulation graphique : On soustrait 3 à l'abscisse de chaque point de *f*.

Le graphique de *f* est translaté horizontalement de 3 unités vers la gauche.



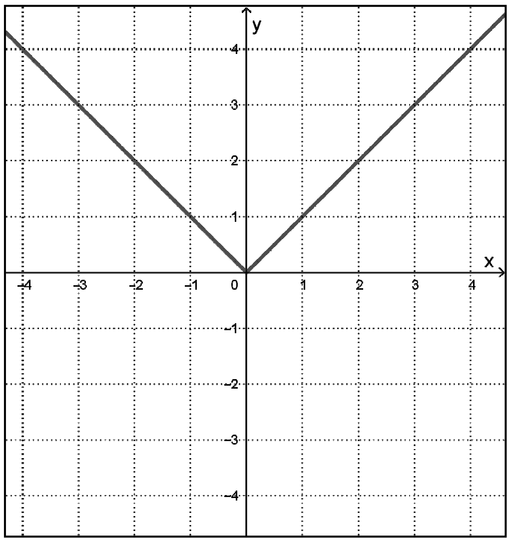
Exemple 2 :

Si $f(x)=|x|$ et $g(x)=f(x-2)$, alors $k=-2$

Et on a : $g(x)=|x-2|$.

Manipulation graphique : On soustrait -2 à l'abscisse de chaque point de *f*. Ce qui revient à ajouter 2 à chaque abscisse.

Le graphique de f est translaté horizontalement de 2 unités vers la droite.



(3) Déformations verticales

DÉFORMATIONS VERTICALES

https://youtu.be/J-nYxI03Bpg

Pour construire le graphique de la fonction $k.f(x)$ à partir du graphique de $f(x)$, **on multiplie par k l'ordonnée** de tout point du graphique de la fonction f (sans changer les abscisses).

Dans ce cas, le graphique de f subit une **déformation verticale** :

- un étirement si $|k|>1$
- une compression si $0<|k|<1$
- une symétrie orthogonale d'axe Ox si $k=-1$

Exemple 1 :

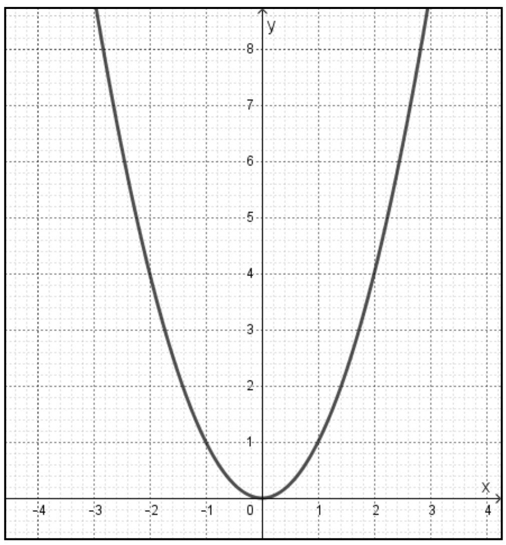
Si $f(x)=x^2$ et $g(x)=2.f(x)$, alors $k=2$.

Et on a : $g(x)=2x^2$.

Manipulation graphique :

On multiplie l'ordonnée de chaque point de *f* par 2.

Le graphique de *f* subit un étirement vertical.



Exemple 2 :

Si $f(x)=|x|$ et $g(x)=\frac{1}{2}.f(x)$, alors $k=\frac{1}{2}$.

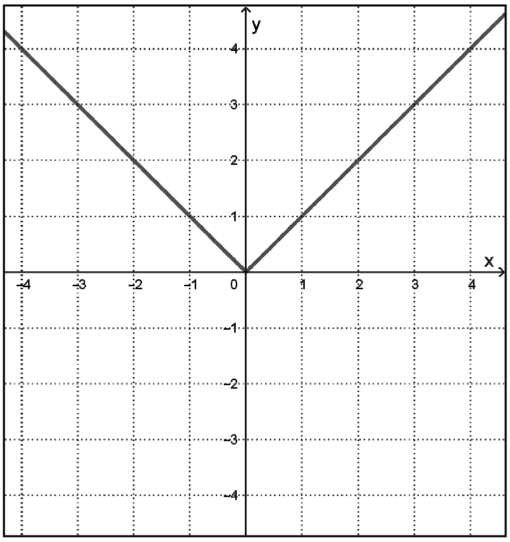
Et on a : $g(x)=\frac{1}{2}|x|$.

Manipulation graphique :

On multiplie l'ordonnée de chaque point de f par $\frac{1}{2}$.

Ce qui revient à diviser chaque ordonnée par 2.

Le graphique de f subit une compression verticale.



Exemple 3 :

Si $f(x)=\sqrt{x}$ et $g(x)=-f(x)$, alors $k=-1$.

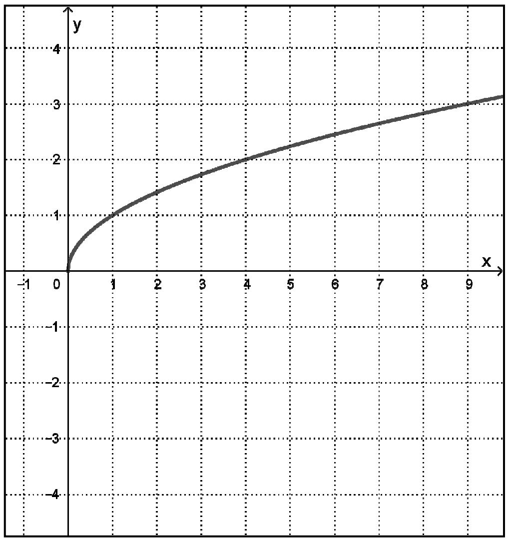
Et on a : $g(x)=-\sqrt{x}$.

Manipulation graphique :

On multiplie l'ordonnée de chaque point de f par -1

.

Le graphique de f subit une symétrie orthogonale d'axe Ox.



(4) Déformations horizontales

DÉFORMATIONS HORIZONTALES

https://youtu.be/iAYbF6VxNPQ

Pour construire le graphique de la fonction $f(k.x)$ à partir du graphique de $f(x)$, **on divise par k l'abscisse** de tout point du graphique de la fonction f (sans changer les ordonnées).

Dans ce cas, le graphique de f subit une **déformation horizontale** :

- un étirement si $0<|k|<1$
- une compression si $|k|>1$

- une symétrie orthogonale d'axe Oy si $k=-1$

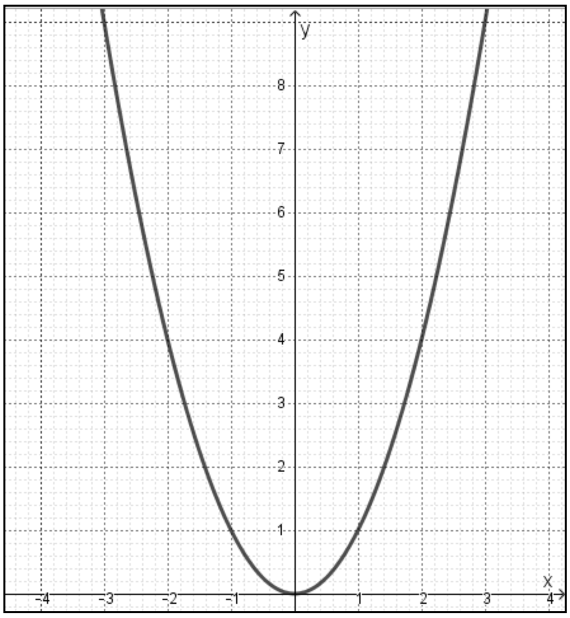
Exemple 1 :

Si $f(x)=x^2$ et $g(x)=f(2x)$, alors $k=2$.

Et on a : $g(x)=(2x)^2$.

Manipulation graphique : On divise l'abscisse de chaque point de f par 2.

Le graphique de f subit une compression horizontale.



Exemple 2 :

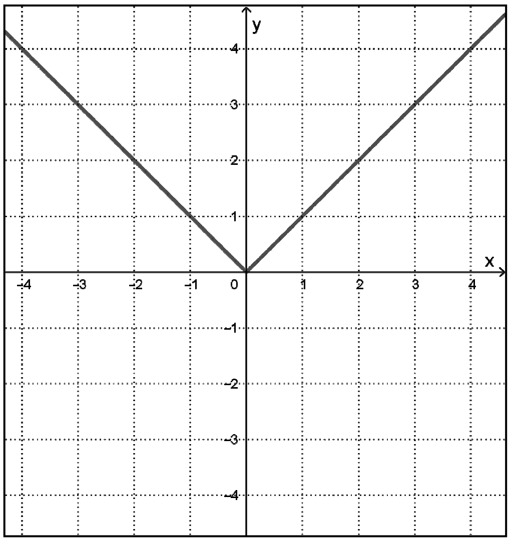
Si $f(x)=|x|$ et $g(x)=f\left(-\frac{1}{3}x\right)$, alors $k=-\frac{1}{3}$.

Et on a : $g(x)=\left|-\frac{1}{3}x\right|$.

Manipulation graphique :

On divise l'abscisse de tout point de f par $-\frac{1}{3}$. Ce qui revient à multiplier chaque abscisse par -3 .

Le graphique de f subit un étirement horizontal.



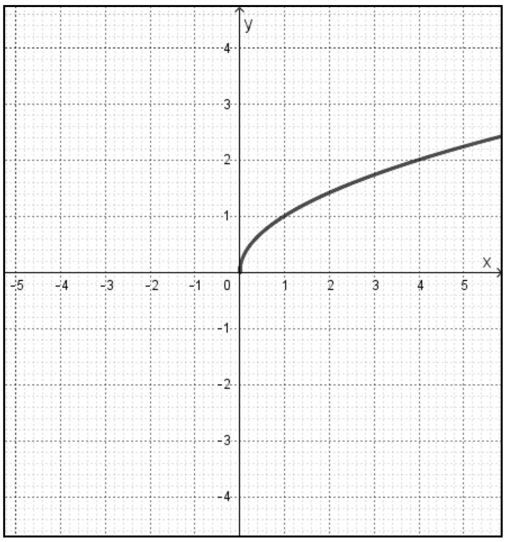
Exemple 3 :

Si $f(x)=\sqrt{x}$ et $g(x)=f(-x)$, alors $k=-1$.

Et on a : $g(x)=\sqrt{-x}$.

Manipulation graphique : On divise l'abscisse de chaque point de f par -1 .

Le graphique de f subit une symétrie orthogonale d'axe Oy.



(5) Ordre dans l'application des manipulations

ORDRE DANS L'APPLICATION DES MANIPULATIONS

https://youtu.be/4y5uRklxPIk

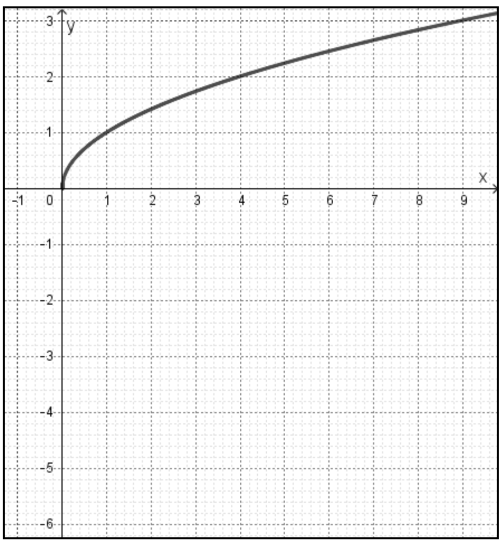
Lorsqu'on applique une translation verticale et une translation horizontale sur le graphe d'une même fonction, l'ordre dans lequel on applique ces deux manipulations n'a aucun impact sur le graphique final.

Par contre, pour appliquer une translation et une déformation agissant toutes les deux sur la même variable (abscisse ou ordonnée), il est important d'effectuer **d'abord la déformation et ensuite la translation**. Si on ne respecte pas cet ordre, on n'obtiendra pas le graphique attendu.

Exemple 1 :

Si $f(x)=\sqrt{x}$ et $g(x)=-2.f(x)+3$, on a : $g(x)=-2.\sqrt{x}+3$.

ManipulationS graphiqueS : On multiplie chaque ordonnée par -2 et ensuite on ajoute 3 à l'ordonnée de chaque point.



Lorsque deux manipulations s'appliquent à la variable indépendante (x), il faut mettre le coefficient de x en évidence pour identifier correctement les manipulations.

<u>Exemple 2</u> :

Si $f(x)=\sqrt{x}$ et $g(x)=f(-2x+3)$, on a : $g(x)=\sqrt{-2x+3}$.

<u>Mise en évidence :</u> $g(x)=\sqrt{-2\left(x-\frac{3}{2}\right)}$

<u>ManipulationS graphiqueS :</u> On divise chaque <u>abscisse</u> par -2 et ensuite on soustrait $-\frac{3}{2}$ à <u>l'abscisse</u> de chaque point.