# E. Equation réduite

## *1. Equation réduite*

En éliminant différemment le paramètre $k$ du système d'équations paramétriques d'une droite, on peut écrire cette droite sous une autre forme.

Soit $A(x_A;y_A)$ un point de la droite $d$ et $\vec{u}(x_u;y_u)$ un vecteur directeur de $d$.

<u>Remarque :</u> Puisque $x_u \neq 0$, la droite $d$ ne peut pas avoir de vecteur directeur vertical. Par conséquent, la forme réduite de l'équation cartésienne d'une droite ne peut pas décrire les droites verticales.

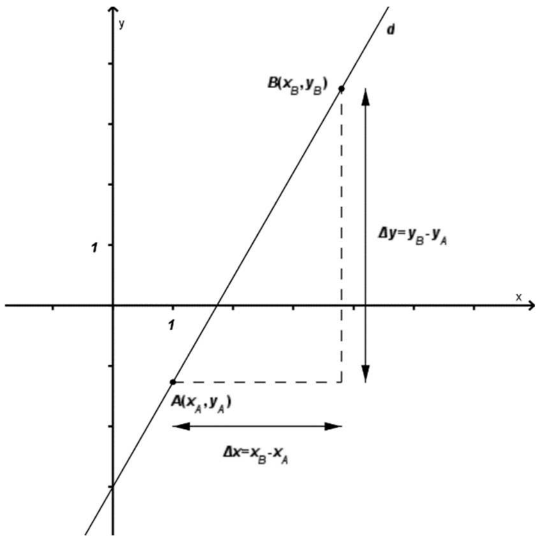
## 2. Rôle des paramètres

ROLE DES PARAMETRES DANS L'EQUATION REDUITE D'UNE DROITE

https://youtu.be/EZ2A_1RDCvA

Dans l'équation réduite d'une droite, le paramètre $m$ désigne la **pente** de la droite, ou **coefficient angulaire**. La pente donne l'inclinaison de la droite.

Il s'agit du quotient entre la variation des ordonnées $(\Delta y)$ et la variation des abscisses $(\Delta x)$ de deux points de cette droite : $m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.




Sans graphique, on calcule $m$ :

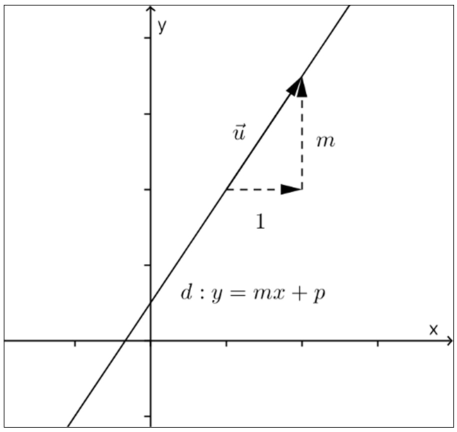
| Calcul de $m$ si on connaît : | |
|---|---|
| un vecteur directeur | 2 points A et B |
| $m = \dfrac{y_u}{x_u}$ | $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ |

Bon à savoir !

La pente d'une droite donne une indication sur le sens de variation de cette droite :

- si $m > 0$, la droite est croissante ;
- si $m < 0$, la droite est décroissante ;
- si $m = 0$, la droite est horizontale.

**Propriété :** Dans le plan muni d'un repère, le vecteur $\vec{u}(1;m)$ est un vecteur directeur de la droite $d$ d'équation $y = mx + p$.




Exemple : Soit la droite $d$ d'équation réduite $y = \frac{2}{3}x + 5$.

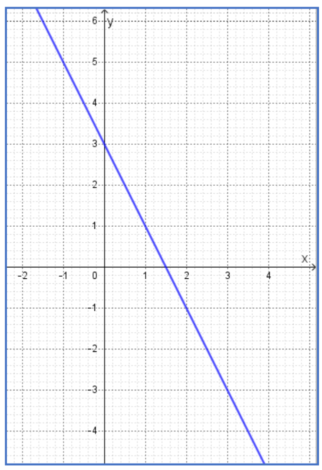
Le vecteur $\vec{u}\left(1;\frac{2}{3}\right)$ est un vecteur directeur de la droite $d$.

Le vecteur $\vec{v} = 3\vec{u} = (3;2)$ en est un autre.

Dans l'équation réduite d'une droite, le paramètre $p$ est appelé **ordonnée à l'origine** de la droite. Il s'agit donc de l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées.

Sans graphique, on calcule $p$ en utilisant les coordonnées d'un point de la droite.

Exemple : L'ordonnée à l'origine de la droite représentée vaut ….



Exemple : Déterminons une équation réduite de la droite passant par les points $A(3;3)$ et $B(6;4)$ .

## 3. Cas particulier des droites verticales et horizontales

### Droite verticale :

Les droites verticales n'admettent pas d'équation réduite de la forme $y = mx + p$ car il n'y a pas de variation des abscisses donc $\Delta x = 0$ . Ce qui impliquerait $m = \frac{\Delta y}{0}$, ce qui n'existe pas. La pente $m$ d'une droite verticale n'est pas définie.

L'équation sous la forme réduite $y = mx + p$ n'existe donc pas et on choisira plutôt une équation de la forme $\boxed{x = x_A}$ où $x_A$ est l'abscisse d'un point de cette droite.

### Droite horizontale :

Les droites horizontales n'ont pas de variation des ordonnées donc $\Delta y = 0$ . Ce qui implique que $m = \frac{0}{\Delta x} = 0$ . La pente d'une droite horizontale est donc nulle.

L'équation réduite devient $y = p$ ou encore $\boxed{y = y_A}$ où $y_A$ est l'ordonnée d'un point de cette droite.

Exemple 1 : Déterminons une équation réduite de la droite passant par les points $A(-2;3)$ et $B(-2;-4)$.

Exemple 2 : Déterminons une équation réduite de la droite passant par les points $A(-4;3)$ et $B(-2;3)$.