2e partie : Vecteurs et droites

I. Parallélisme et orthogonalité de deux droites

2. Exercices

1. Détermine une équation de la droite d parallèle à la droite $d' \equiv x = 1$ et passant par le point $P(-3;-2)$.

   d' est une droite verticale ➔ d est aussi une droite verticale

   ➔ $\boxed{d \equiv x = -3}$ (-3 car c'est l'abscisse du point P)

2. Détermine une équation réduite :

   (1) de la droite d perpendiculaire à la droite $d' \equiv x = 1$ et passant par le point $P(-3;-2)$.

   d' est une droite verticale ➔ d est une droite horizontale

   ➔ $\boxed{d \equiv y = -2}$ (-2 car c'est l'ordonnée du point P)

   (2) de la droite d_1 parallèle à la droite $d_2 \equiv 3x + 6y - 1 = 0$ et qui passe par $S(-3;5)$

   L'équation réduite de d_2 est $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{6}$.

   Ainsi, la pente de d_2 vaut $-\frac{1}{2}$ ➔ La pente de d_1 vaut $-\frac{1}{2}$

   $S \in d_1 \Leftrightarrow 5 = -\frac{1}{2}.(-3) + p \Leftrightarrow p = \frac{7}{2}$

   ➔ $\boxed{d_1 \equiv y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}}$

(3) de la droite d_3 perpendiculaire à la droite $d_4 \equiv 2x - y + 4 = 0$ et passant par le point $T(1;-2)$

L'équation réduite de d_4 est $y = 2x + 4$.

Ainsi, la pente de d_4 vaut 2. ➔La pente de d_3 vaut $-\frac{1}{2}$

$T \in d_3 \Leftrightarrow -2 = -\frac{1}{2}.1 + p \Leftrightarrow p = -\frac{3}{2}$

➔ $\boxed{d_3 \equiv y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}}$

3. On considère la droite $d \equiv \begin{cases} x = 5k - 2 \\ y = -7k + 3 \end{cases}$.

⇨ Vecteur directeur : $\boxed{\vec{u}(5;-7)}$

(1) Détermine des équations paramétriques de la droite a parallèle à d et passant par le point $P(8;-9)$.

$\boxed{a \equiv \begin{cases} x = 5k + 8 \\ y = -7k - 9 \end{cases}}$

(2) Détermine une équation cartésienne de la droite b passant par le point $A(0;3)$ et parallèle à la droite d.

$\vec{u}(5;-7)$ est un vecteur directeur de d.

Comme $b // d$, $\vec{u}$ peut aussi être choisi comme vecteur directeur de b.

On a donc $(5;-7) = (-b;a)$ ➔ $a = -7$ et $b = -5$

Ainsi, $b \equiv -7x - 5y + c = 0$

$A \in b \Leftrightarrow -7.0 - 5.3 + c = 0 \Leftrightarrow c = 15$

Finalement, $\boxed{b \equiv -7x - 5y + 15 = 0}$

(3) Détermine une équation réduite de la droite c passant par le point $B(1;4)$ et parallèle à la droite d.

$\vec{u}(5;-7)$ est un vecteur directeur de d.

Comme $c//d$, $\vec{u}$ peut aussi être choisi comme vecteur directeur de c.

La pente de c vaut donc $\frac{y_u}{x_u}=-\frac{7}{5}$.

$B\in c \Leftrightarrow 4=-\frac{7}{5}.1+p \Leftrightarrow p=\frac{27}{5}$

Finalement, $\boxed{c\equiv y=-\frac{7}{5}x+\frac{27}{5}}$

4. Détermine une équation cartésienne de la droite d passant par le point $C(-2;-3)$ et perpendiculaire à la droite $d'\equiv 2x-3y+5=0$.

L'équation réduite de d' est $y=\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$.

La pente de d' vaut donc $\frac{2}{3}$ ➔ la pente de d vaut $\frac{-1}{\frac{2}{3}}=-\frac{3}{2}$

$C\in d \Leftrightarrow -3=-\frac{3}{2}.(-2)+p \Leftrightarrow p=-6$

Ainsi, l'équation réduite de d est $y=-\frac{3}{2}x-6$

Et une équation cartésienne de d est $\boxed{\frac{3}{2}x+y+6=0}$.

5. Détermine des équations paramétriques de la droite d passant par le point $D(-2;-6)$ et perpendiculaire à la droite $d'\equiv 5x+3y-1=0$.

L'équation réduite de d' est $y=-\frac{5}{3}x+\frac{1}{3}$.

La pente de d' vaut donc $-\frac{5}{3}$ ➔La pente de d vaut $\frac{-1}{-\frac{5}{3}}=\frac{3}{5}$

Un vecteur directeur de d a donc comme composantes $\left(1;\frac{3}{5}\right)$

Finalement, $\boxed{d\equiv\begin{cases}x=k-2\\ y=\frac{3}{5}k-6\end{cases}}$

6. On donne les points $A(2;4)$, $B(-1;-3)$, $C(6;4)$ et $D(1;-7)$. Les droites AB et CD sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse par calculs.

On calcule la pente des deux droites et on observe si elles sont égales.

Pente de $AB = \dfrac{-3-4}{-1-2} = \dfrac{-7}{-3} = \dfrac{7}{3}$

Pente de $CD = \dfrac{-7-4}{1-6} = \dfrac{-11}{-5} = \dfrac{11}{5}$

Comme les pentes sont différentes, $\boxed{\text{les droites } AB \text{ et } CD \text{ ne sont pas parallèles.}}$

7. On donne les points $A(0;3)$, $B(-2;0)$, $C(3;3)$ et $D(-3;-1)$. Les droites AB et CD sont-elles perpendiculaires ? Justifie ta réponse par calculs.

On calcule la pente des deux droites et on observe si la pente de l'une est égale à l'opposé de l'inverse de la pente de l'autre droite.

Pente de $AB = \dfrac{0-3}{-2-0} = \dfrac{-3}{-2} = \dfrac{3}{2}$

Pente de $CD = \dfrac{-1-3}{-3-3} = \dfrac{-4}{-6} = \dfrac{2}{3}$

Comme $\dfrac{3}{2} \neq \dfrac{-1}{\frac{2}{3}}$, $\boxed{\text{les droites } AB \text{ et } CD \text{ ne sont pas perpendiculaires.}}$