2ème partie : Vecteurs et droites

Exercices supplémentaires

J. Droites remarquables dans un triangle

1. Détermine les coordonnées du point d'intersection P des droites $d_1 \equiv y = -x + 4$ et $d_2 \equiv y = 5x + 6$.

   Sol : $P\left(-\frac{1}{3};\frac{13}{3}\right)$

2. Détermine les coordonnées du point d'intersection P des droites $d_1 \equiv -2x + 4y + 5 = 0$ et $d_2 \equiv 4x - y + 6 = 0$.

   Sol : $P\left(-\frac{29}{14};-\frac{16}{7}\right)$

3. Détermine des équations paramétriques et une équation réduite de la médiatrice du segment $[AB]$ si $A(3;-4)$ et $B(1;2)$.

   Sol : $m_{[AB]} \equiv \begin{cases} x = 3k + 2 \\ y = k - 1 \end{cases}$ et $m_{[AB]} \equiv y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$

   IL Y A UNE INFINITÉ de possibilités

4. Soit les points $A(3;6)$, $B(1;2)$ et $C(5;4)$.

   (1) Détermine une équation réduite de la médiatrice de $[AB]$.

   Sol : $m_{[AB]} \equiv y = -\frac{1}{2}x + 5$

   (2) Détermine les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

   Sol : Il faut d'abord déterminer l'équation d'une autre médiatrice : $m_{[AC]} \equiv y = x + 1$ et ensuite déterminer l'intersection des deux médiatrices : $O\left(\frac{8}{3};\frac{11}{3}\right)$

   (3) BONUS : Détermine le rayon de ce cercle.

   Sol : Le rayon du cercle se calcule par une de ces longueurs : $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ ou $\overline{OC}$.

   On trouve $\overline{OA} = \frac{5\sqrt{2}}{3}$

5. On donne les points $A(2;5)$, $B(-2;5)$ et $C(-4;-4)$. Détermine une équation de la médiane relative au segment $[AC]$.

$Sol : \; y = -\frac{9}{2}x - 4$

6. On considère les points $A(-4;4)$, $B(4;4)$ et $C(1;-5)$ formant un triangle.

   (1) Détermine une équation réduite de la hauteur passant par *C*.

   $Sol : \; h_C \equiv x = 1$

   (2) Sachant que la hauteur passant par *A* a pour équation $y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$, détermine les coordonnées de l'orthocentre du triangle.

   $Sol : \; H\left(1;\frac{7}{3}\right)$

7. On considère les points $A(3;2)$, $B(4;-1)$ et $C(1;3)$ formant un triangle.

   (1) Détermine une équation réduite et une équation cartésienne de la médiane passant par *A*.

   $Sol : \; m_A \equiv y = 2x - 4$ et $2x - y - 4 = 0$

   (2) Sachant que la médiane passant par *C* a pour équation $y = -x + 4$, détermine les coordonnées du centre de gravité du triangle.

   $Sol : \; G\left(\frac{8}{3};\frac{4}{3}\right)$

8. On considère les points $A(3;2)$, $B(4;-1)$ et $C(1;3)$ formant un triangle. Le point $O\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ peut-il être le centre du cercle circonscrit ? Justifie ta réponse par calculs.

Sol : Soit on vérifie que $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$, soit on calcule les équations (réduite, cartésienne ou paramétriques (au choix)) de deux médiatrices et on cherche le point d'intersection qui devrait être le point *O*.
O est bien le centre du cercle circonscrit.