2^e partie : Vecteurs et droites
Solutions

J. Droites remarquables dans un triangle

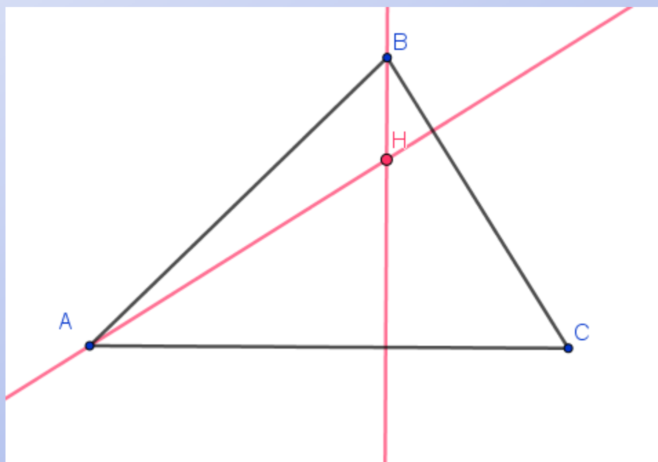
Exercices :

1. Construis un support de cours qui contient au moins :
   - la définition de médiane
   - le nom du point situé à l'intersection des médianes et sa notation
   - la définition de médiatrice
   - le nom du point situé à l'intersection des médiatrices et sa notation
   - la définition de hauteur
   - le nom du point situé à l'intersection des hauteurs et sa notation
   - la formule qui permet de calculer les coordonnées du milieu du segment $[AB]$

A faire !

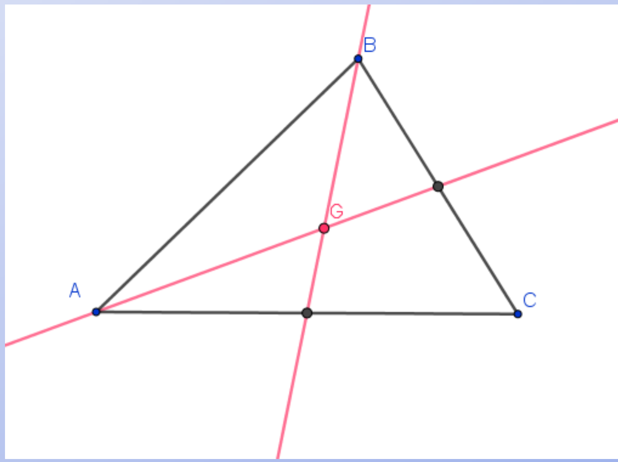
2. Trace trois triangles quelconques.
   (1) Dans le premier triangle, construis l'orthocentre.

En traçant deux hauteurs du triangle, on détermine son orthocentre H.



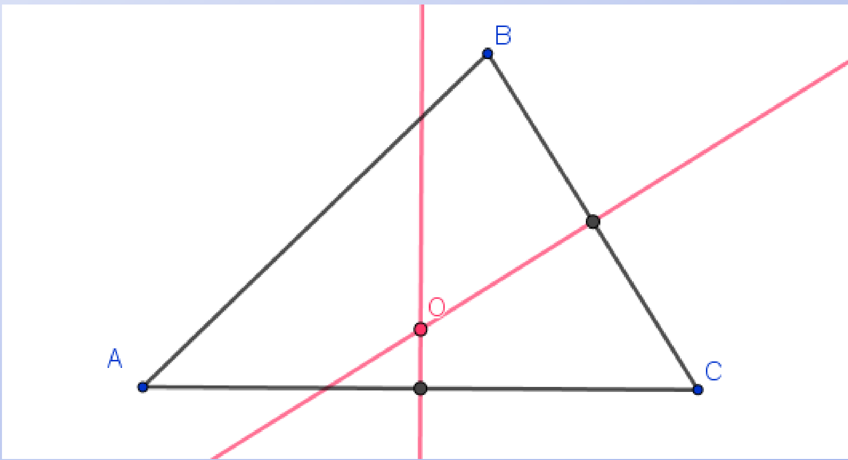
(2) Dans le deuxième triangle, construis le centre de gravité.

En traçant deux médianes du triangle, on détermine son centre de gravité G.



(3) Dans le troisième triangle, construis le centre du cercle circonscrit et le cercle circonscrit.

En traçant deux médiatrices du triangle, on détermine son centre de cercle circonscrit gravité O.



3. Détermine une équation de la médiatrice du segment $[AB]$ si $A(3;-5)$ et $B(2;-1)$.

$$m_{[AB]} \equiv y = \frac{1}{4}x - \frac{29}{8}$$

4. On donne les sommets $A(-1;0)$, $B(5;2)$ et $C(1;-4)$ d'un triangle.

Détermine, par calculs, les coordonnées de son centre de gravité.

$$\left.\begin{array}{l}\text{médiane issue de A} \equiv y=-\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}\\[2ex] \text{médiane issue de B} \equiv y=\frac{4}{5}x-2\end{array}\right\} G\left(\frac{5}{3};-\frac{2}{3}\right)$$

5. Le triangle ABC est donné par les coordonnées de ses sommets : $A(2;1)$, $B(5;3)$ et $C(3;-1)$.

(1) Détermine une équation de la hauteur h_A issue de A et celle de la hauteur h_B issue de B.

$$h_A \equiv y=-\frac{1}{2}x+2$$

$$h_B \equiv y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$$

(2) Calcule les coordonnées du point d'intersection de ces hauteurs.

$$H\left(\frac{3}{2};\frac{5}{4}\right)$$

(3) Vérifie que ce point appartient à la hauteur h_C issue du sommet C.

$$h_C \equiv y=-\frac{3}{2}x+\frac{7}{2}$$

6. Soit le triangle ABC dont les coordonnées des sommets sont $A(-1;-1)$, $B(5;-1)$ et $C(-3;3)$.

(1) Détermine une équation de la médiatrice $m_{[AB]}$ relative au côté $[AB]$ et celle de la médiatrice $m_{[BC]}$ relative au côté $[BC]$.

$$m_{[AB]} \equiv x=2 \quad \text{et} \quad m_{[BC]} \equiv y=2x-1$$

(2) Calcule les coordonnées du point d'intersection de ces médiatrices.

$$O(2;3)$$

(3) Détermine une équation de la médiane m_C relative au côté $[AB]$ et celle de la médiane m_A relative au côté $[BC]$.

$m_C \equiv y = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}$

$m_A \equiv y = x$

(4) Calcule les coordonnées du point d'intersection de ces médianes. Quel est le nom du point ainsi obtenu ?

$G\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$

Il s'agit du centre de gravité du triangle.