

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE PLANE

2è partie : Droites et vecteurs

C. SCOLAS



<https://bit.ly/45H5C9h>



	J'ai compris et je connais la base.
	Je suis capable de résoudre les problèmes attendus du cours.
	Je peux appliquer les concepts dans un contexte complexe ou nouveau.



1.

1. Quelle est la formule de l'équation réduite d'une droite ?

$$y = mx + p$$

2. Quel est le nom du paramètre m dans l'équation réduite d'une droite ?

la pente

3. Quel est le nom du paramètre p dans l'équation réduite d'une droite ?

l'ordonnée à l'origine

4. Quelle formule permet de calculer la pente d'une droite à partir d'un vecteur directeur de cette droite ?

$$m = \frac{y_u}{x_u}$$

5. Quelle formule permet de calculer la pente d'une droite à partir de 2 points appartenant à cette droite ?

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

6. Quelle est la formule des composantes d'un vecteur directeur d'une droite dont on donne l'équation réduite ?

$$\vec{u}(1; m)$$

7. Quelles sont les coordonnées d'un point évident appartenant à une droite dont on donne l'équation réduite ?

$$(0; p)$$

8. Comment fait-on pour déterminer les coordonnées d'un point appartenant à une droite dont on donne l'équation réduite ?

On remplace x par un nombre et on calcule y .

9. Quelle est la formule de l'équation cartésienne d'une droite ?

$$ax + by + c = 0$$

10. Quelle est la formule des composantes d'un vecteur directeur d'une droite dont on donne une équation cartésienne ?

$$\vec{u} (-b; a)$$

11. Comment fait-on pour déterminer les coordonnées d'un point appartenant à une droite dont on donne une équation cartésienne ?

On remplace x (ou y) par un nombre et on calcule y (x).

12. Quelle est la formule des équations paramétriques d'une droite ?

$$\begin{cases} x = k \cdot (x_B - x_A) + x_A \\ y = k \cdot (y_B - y_A) + y_A \end{cases}$$

13. Quelles sont les composantes d'un vecteur directeur d'une droite dont on donne des équations paramétriques ?

$$\vec{u} (x_B - x_A; y_B - y_A)$$

14. Quelles sont les coordonnées d'un point évident d'une droite dont on donne des équations paramétriques ?

$$A(x_A; y_A)$$

15. Comment fait-on pour calculer les coordonnées d'un point appartenant à une droite dont on donne des équations paramétriques ?

On remplace k par un nombre et on calcule x et y .

16. Quelle est la formule de l'équation cartésienne d'une droite horizontale ?

$$y - y_A = 0$$

17. Que vaut la pente d'une droite horizontale ?

zéro

18. Quelle est la formule des composantes d'un vecteur directeur d'une droite horizontale ?

$$\vec{u}(x_u; 0) \quad \text{avec } x_u \neq 0$$

19. Quelle est la formule de l'équation cartésienne d'une droite verticale ?

$$x - x_A = 0$$

20. Que vaut la pente d'une droite verticale ?

elle n'existe pas

21. Quelle est la formule des composantes d'un vecteur directeur d'une droite verticale ?

$$\vec{u}(0; y_u) \quad \text{avec } y_u \neq 0$$

22. Qu'est-ce que l'ordonnée à l'origine d'une droite ?

C'est l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées.



2. Détermine l'équation réduite de la droite

(1) d_1 de pente 5 et qui coupe l'axe des ordonnées en $y = 3$.

$$m = 5 \text{ et } p = 3$$

$$\Rightarrow d_1 \equiv y = 5x + 3$$

(2) d_2 de pente -2 et qui coupe l'axe des abscisses en $x = -1$.

$$m = -2 \text{ et } P(-1; 0) \in d_2 \rightarrow y = -2x + p$$

$$P \in d_2 \Leftrightarrow 0 = -2 \cdot (-1) + p$$

$$\Leftrightarrow p = -2$$

$$\Rightarrow d_2 \equiv y = -2x - 2$$

(3) d_3 passant par les points $A(-1; 2)$ et $B(2; 4)$.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-2}{2-(-1)} = \frac{2}{3} \rightarrow d_3 \equiv y = \frac{2}{3}x + p$$

$$A \in d_3 \Leftrightarrow 2 = \frac{2}{3} \cdot (-1) + p$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow d_3 \equiv y = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$$

(4) d_4 passant par les points $A(1; -2)$ et $B(-3; 0)$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0-(-2)}{-3-1} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2} \rightarrow d_4 \equiv y = -\frac{1}{2}x + p$$

$$A \in d_4 \Leftrightarrow -2 = -\frac{1}{2} \cdot 1 + p$$

$$\Leftrightarrow p = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow d_4 \equiv y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

(5) d_5 de pente 3 et passant par le point $A(2; -5)$

$$m=3 \rightarrow d_5 = y=3x+p$$

$$A \in d_5 \Leftrightarrow -5 = 3 \cdot 2 + p$$

$$\Leftrightarrow p = -11$$

$$\Rightarrow d_5 = y = 3x - 11$$

(6) d_6 passant par les points $A(4;2)$ et $B(-3;2)$.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-2}{-3-4} = \frac{0}{-7} = 0 \rightarrow d_6 \text{ est une droite horizontale}$$

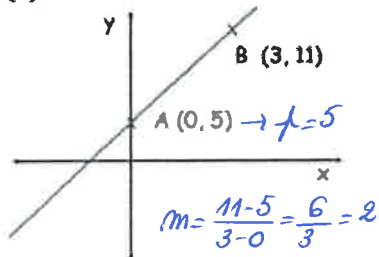
$$\Rightarrow d_6 = y = 2$$

↑
qui est l'ordonnée
des points A et B



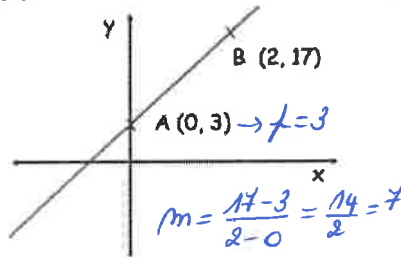
3. Détermine l'équation réduite de chaque droite :

(a)



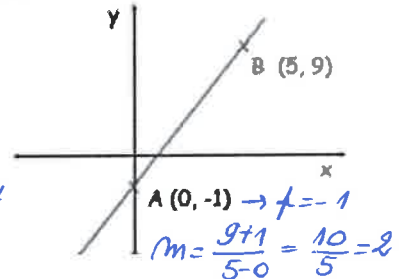
$$y = \dots 2x + 5$$

(b)



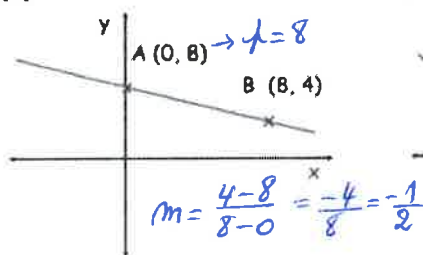
$$y = \dots 7x + 3$$

(c)



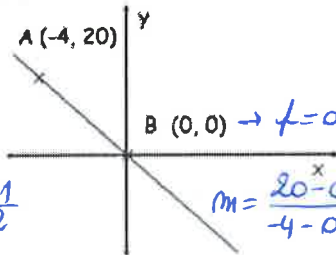
$$y = 2x - 1$$

(d)



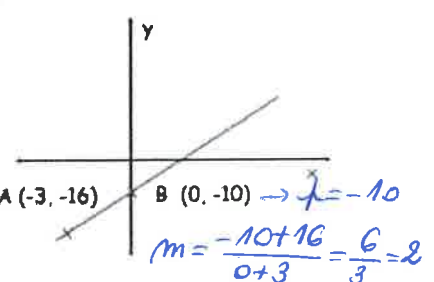
$$y = -\frac{1}{2}x + 8$$

(e)



$$y = -5x$$

(f)



$$y = 2x - 10$$



4. Le point $P(2;5)$ appartient-il à la droite $d \equiv y = 3x - 1$? Justifie ta réponse.

On remplace : $5 \stackrel{?}{=} 3 \cdot 2 - 1$

$$5 = 5 \quad \Rightarrow P \in d$$



5. Détermine les coordonnées du point d'intersection P de la droite $d \equiv y = -2x + 10$ avec l'axe des abscisses.

L'ordonnée du point recherché vaut 0.

Si $y = 0$, on a : $0 = -2x + 10$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

$$\Rightarrow P(5;0)$$



6. Détermine la pente de la droite $d \equiv 8x + 2y + 10 = 0$.

$$2y = -8x - 10$$

$$y = -4x - 5 \quad (\text{ég. réduite})$$

$$\Rightarrow m = -4$$



7. Détermine une équation cartésienne de la droite AB si $A(-2;1)$ et $B(4;7)$.

$\vec{AB} = (6;6)$ est un vecteur directeur

$$= (-b; a) \rightarrow a = 6 \text{ et } b = -6 \rightarrow AB \equiv 6x - 6y + c = 0$$

$$A \in AB \Leftrightarrow 6 \cdot (-2) - 6 \cdot 1 + c = 0$$

$$\Leftrightarrow -12 - 6 + c = 0$$

$$\Leftrightarrow c = 18$$

$$\Rightarrow AB \equiv 6x - 6y + 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow AB \equiv x - y + 3 = 0$$



8. Détermine l'équation réduite de la droite d parallèle à l'axe des ordonnées et passant par le point $P(4;-3)$.

d est une droite verticale

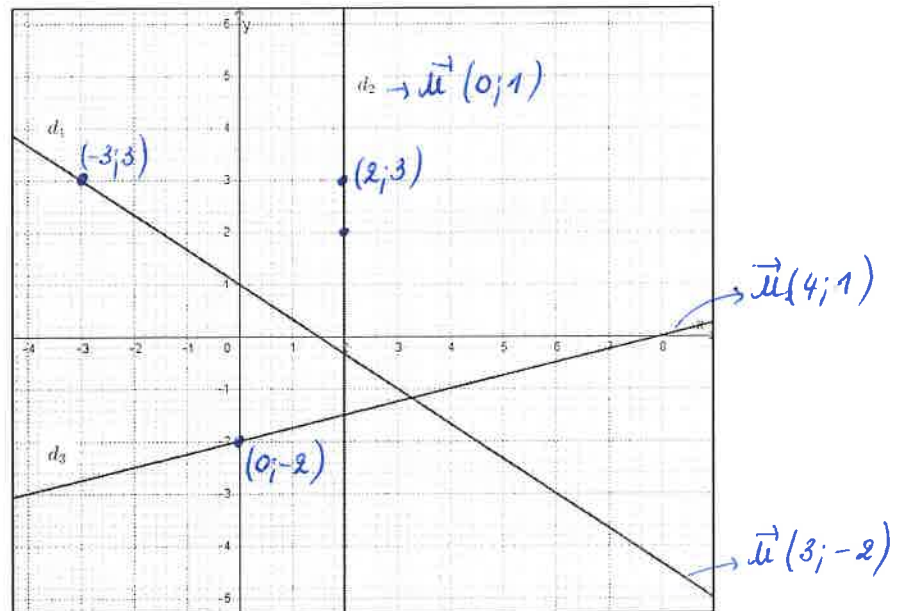
$$\Rightarrow d \equiv x = 4$$



qui est l'abscisse
du point P .



9. Complète le tableau ci-dessous :



	d_1	d_2	d_3
Equations paramétriques	$\begin{cases} x=3k-3 \\ y=-2k+3 \end{cases}$	$\begin{cases} x=2 \\ y=k+3 \end{cases}$	$\begin{cases} x=4k \\ y=k-2 \end{cases}$
Equation réduite	$y = -\frac{2}{3}x + 1$	$x = 2$	$y = \frac{1}{4}x - 2$
Equation cartésienne	$-\frac{2}{3}x - y + 1 = 0$	$x - 2 = 0$	$\frac{1}{4}x - y - 2 = 0$

on met tous les termes dans le même membre



10. On donne la droite $d \equiv 2x - 3y + 6 = 0$. $a=2, b=-3$

(1) Donne les composantes d'un vecteur directeur de d .

$$\vec{u}(3; 2)$$

(2) Détermine les coordonnées d'un point P appartenant à d .

$$\text{si } x=0, \text{ on a: } 2 \cdot 0 - 3y + 6 = 0 \Leftrightarrow y = 2 \Rightarrow P(0; 2)$$

(3) Que vaut la pente de d ?

$$m = \frac{y_u}{x_u} = \frac{2}{3}$$



11. On donne les points $A(-2; -8)$ et $B(3; 7)$. $\vec{u} = \vec{AB} = (5; 15)$

(1) Détermine des équations paramétriques de la droite d passant par A et B .

$$d \equiv \begin{cases} x = 5k - 2 \\ y = 15k - 8 \end{cases}$$

(2) Donne les composantes d'un vecteur directeur de cette droite.

$$\vec{u}(5; 15)$$

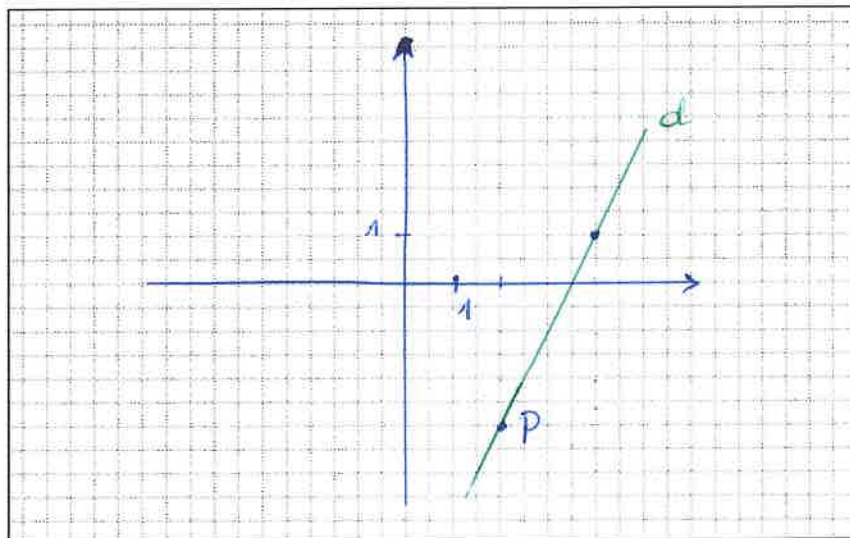
(3) Donne les coordonnées d'un point C appartenant à la droite et différent de A et de B .

$$\text{Si } k = -1, \text{ on a: } x = 5 \cdot (-1) - 2 = -7 \text{ et } y = 15 \cdot (-1) - 8 = -23 \\ \Rightarrow C(-7; -23)$$



12. Soit la droite d passant par le point $P(2; -3)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(2; 4)$.

(1) Représente d dans un repère orthonormé.



(2) Détermine une équation réduite de d .

$$m = \frac{y_u}{x_u} = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow d \equiv y = 2x + p$$

$$P \in d \Leftrightarrow -3 = 2 \cdot 2 + p$$

$$\Leftrightarrow -3 = 4 + p$$

$$\Leftrightarrow p = -7$$

$$\Rightarrow d \equiv y = 2x - 7$$



13. On donne la droite $d \equiv \begin{cases} x = 7k - 2 \\ y = -4k + 5 \end{cases}$

$\vec{u}(7; -4)$
 $P(-2; 5)$

Détermine une équation réduite de d .

$$m = \frac{y_u}{x_u} = -\frac{4}{7} \rightarrow d \equiv y = -\frac{4}{7}x + \frac{27}{7}$$

$$P \in d \Leftrightarrow 5 = -\frac{4}{7} \cdot (-2) + \frac{27}{7}$$

$$\Leftrightarrow 5 = \frac{8}{7} + \frac{27}{7}$$

$$\Leftrightarrow \frac{35}{7} = \frac{35}{7}$$

$$\Rightarrow d \equiv y = -\frac{4}{7}x + \frac{27}{7}$$



14. Détermine une équation cartésienne de la droite d de vecteur directeur $\vec{u}(0; 3)$ et passant par le point $P(2; 4)$.

$\hookrightarrow$ droite verticale

$$x = 2 \Leftrightarrow x - 2 = 0$$



qui est l'abscisse du point P

15. Soit la droite $d \equiv \begin{cases} x = -2k + 1 \\ y = 3k - 5 \end{cases}$.



(1) Donne les coordonnées de deux points appartenant à cette droite.

$$A(1; -5)$$

$$B(-1; -2) \quad (\text{si } k=1)$$



(2) Donne les composantes d'un vecteur directeur de d .

$$\vec{u}(-2; 3)$$



(3) Détermine une équation cartésienne de d .

$$\vec{u}(-2; 3) = (-b; a) \rightarrow a=3 \text{ et } b=2 \rightarrow d \equiv 3x + 2y + c = 0$$

$$A(1; -5) \in d \Leftrightarrow 3 \cdot 1 + 2 \cdot (-5) + c = 0$$

$$\Leftrightarrow 3 - 10 + c = 0$$

$$\Leftrightarrow c = 7$$

$$\Rightarrow d \equiv 3x + 2y + 7 = 0$$



(4) Détermine une équation réduite de d .

On isole y dans l'éq. cartésienne:

$$2y = -3x - 7$$

$$d \equiv y = -\frac{3}{2}x - \frac{7}{2}$$

16. On donne la droite $d \equiv \begin{cases} x = 2 \\ y = k - 1 \end{cases}$ $\rightarrow d$ est une droite verticale



(1) Donne les composantes d'un vecteur directeur de d .

$$\vec{u}(0; 1)$$



(2) Donne les coordonnées de 2 points différents appartenant à d .

$$A(2; -1)$$

$$B(2; 0) \quad (\text{si } k=1)$$



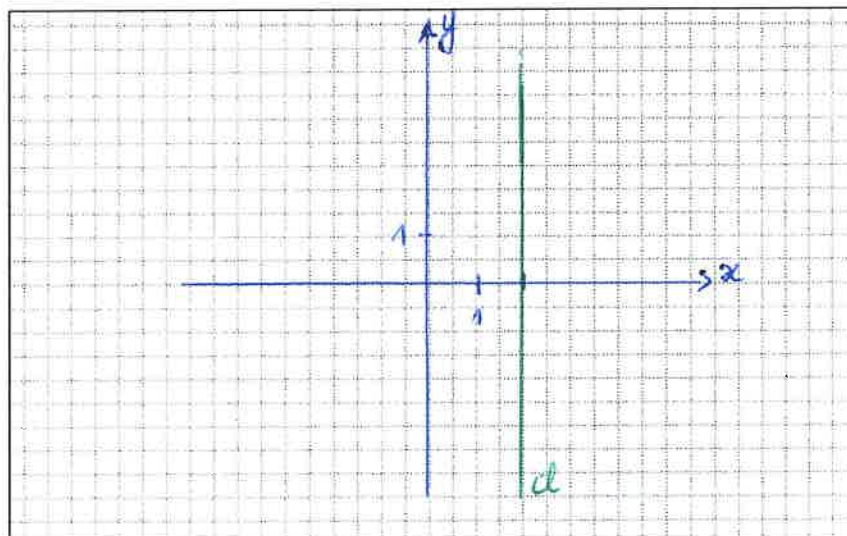
(3) Détermine une équation cartésienne de d .

$$x - 2 = 0$$

↳ qui est l'abscisse des points A et B



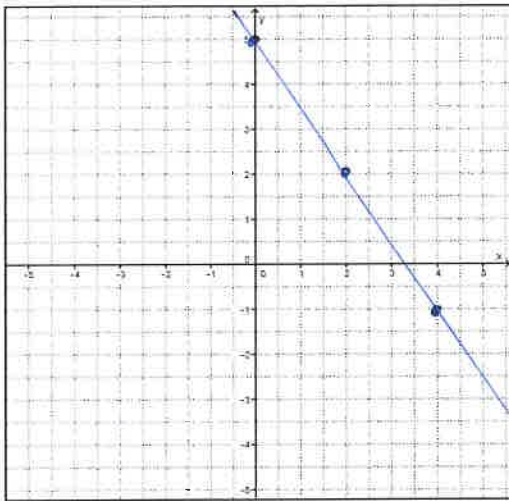
(4) Représente d dans un repère orthonormé.



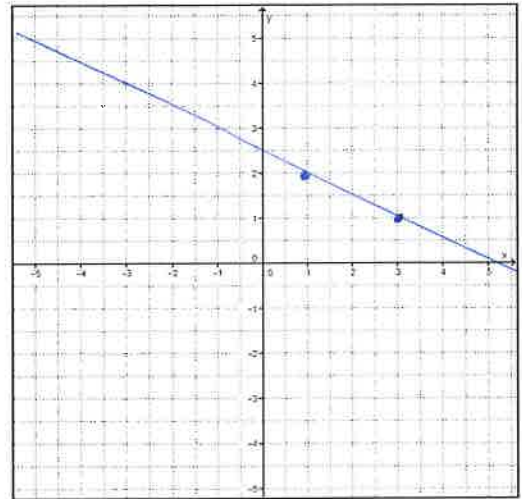


17. Représente les droites suivantes :

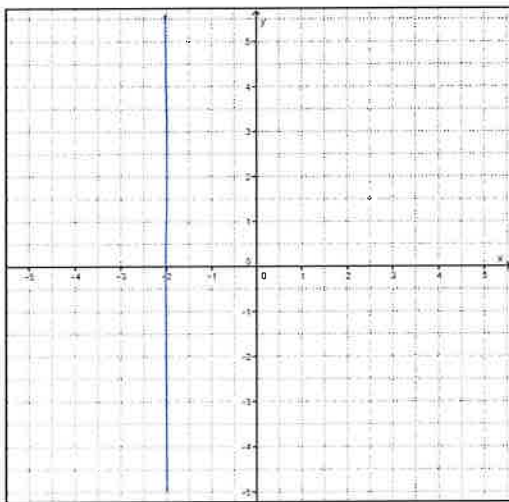
$$d_1 \equiv \begin{cases} x = -2k + 4 \\ y = 3k - 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} \vec{u}(-2;3) \\ P(4;-1) \end{matrix}$$



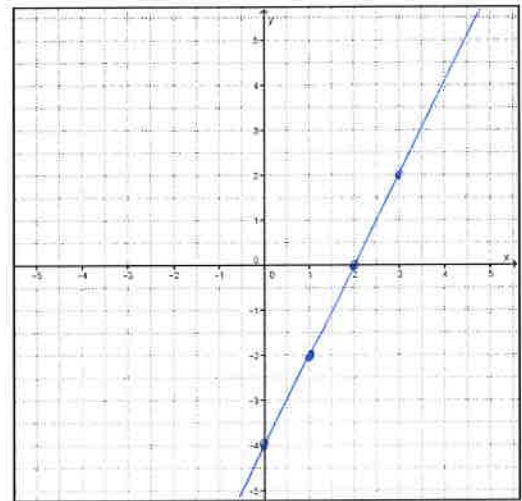
d_2 passe par le point $P(3;1)$ et a pour vecteur directeur $\vec{u}(-2;1)$



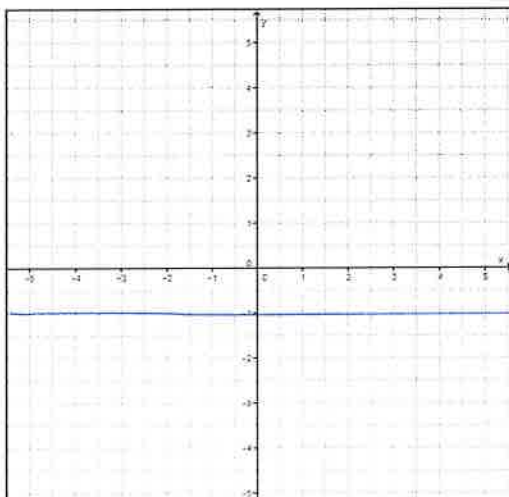
$$d_3 \equiv x = -2 \quad \text{droite verticale}$$



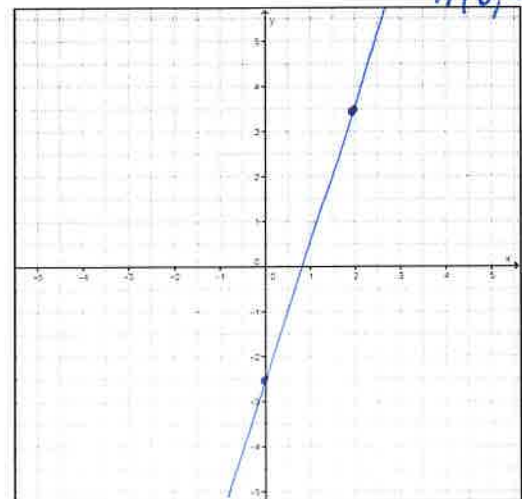
$$d_4 \equiv y = 2x - 4 \quad \begin{matrix} A(0;-4) \\ \vec{u}(1;2) \end{matrix}$$



$$d_5 \equiv y = -1 \quad \text{droite horizontale}$$



$$d_6 \equiv -6x + 2y + 5 = 0 \quad \begin{matrix} \vec{u}(-2;-6) \\ A(0;-\frac{5}{2}) \end{matrix}$$



18. *GOOGLE FORM* : « Equation cartésienne d'une droite »

<https://forms.gle/yMbMNRwjMoK3V87n9>



19. *GOOGLE FORM* : « Pente de droite : équations réduite, cartésienne, paramétriques et graphique »

<https://forms.gle/eWWrGtAGR77C5ECp9>



20. *GOOGLE FORM* : « Droites et vecteurs »

<https://forms.gle/eAnERcnk9A4tJExp9>



21. *GOOGLE FORM* : « Droites et vecteurs 2 »

<https://forms.gle/ut4bhMjGTE9yFGYX8>

