SECOND DEGRÉ

Caractéristiques graphiques des fonctions du second degré 3

Déterminer l'expression analytique d'une parabole à partir de son graphique ou de 3 points

C. SCOLAS

https://bit.ly/41A78lm

	J'ai compris et je connais la base.
	Je suis capable de résoudre les problèmes attendus du cours.
	Je peux appliquer les concepts dans un contexte complexe ou nouveau.

1. A quoi ressemble le graphique de toute fonction du second degré ? à une parabole

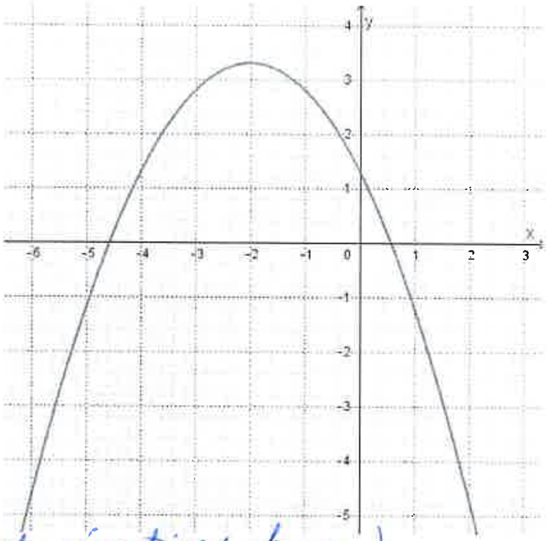
2. Donne la forme canonique d'une expression du second degré. $f(x) = a.(x-m)^2 + p$

3. Quelle est la concavité de la parabole si
   (1) $a > 0$? concavité vers le haut
   (2) $a < 0$? concavité vers le bas

4. Donne une information que l'on peut obtenir très facilement, grâce à la forme canonique d'une fonction du second degré, sur son graphique.
   On peut lire très facilement les coordonnées du sommet

5. Donne une information que l'on peut obtenir très facilement, grâce à la forme générale d'une fonction du second degré, sur son graphique.
   On peut lire très rapidement l'ordonnée à l'origine (valeur de c).

6. Pour la parabole représentée,



(1) Quel est le signe de a ? Justifie ta réponse.

$a<0$ car la concavité est tournée vers le bas

(2) Quel est le signe du discriminant ? Justifie ta réponse.

$\Delta>0$ car la parabole possède 2 racines

(3) Quel est le signe de b ? Justifie ta réponse.

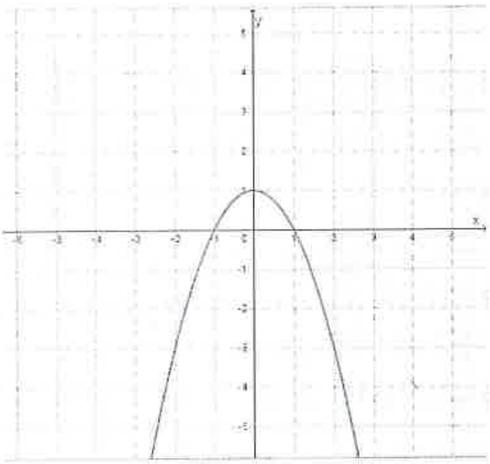
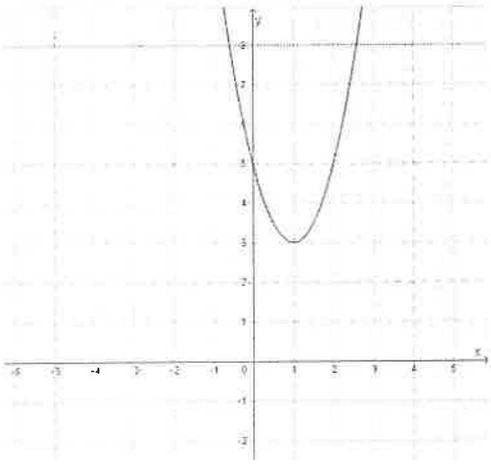
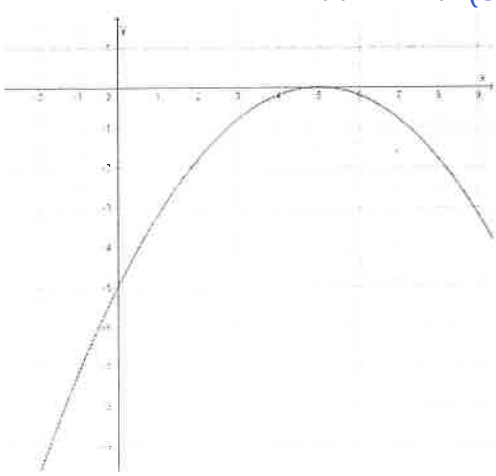
$a<0$ et l'abscisse du sommet est négative ($-\frac{b}{2a}<0$)
b doit donc être strictement inférieur à zéro.

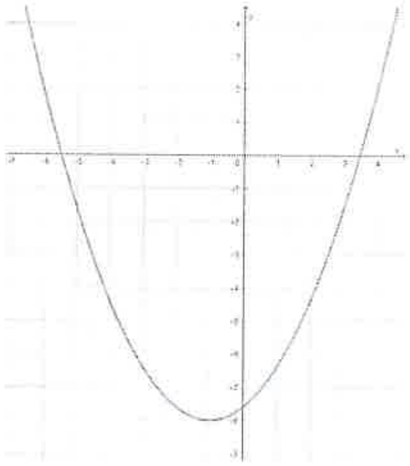
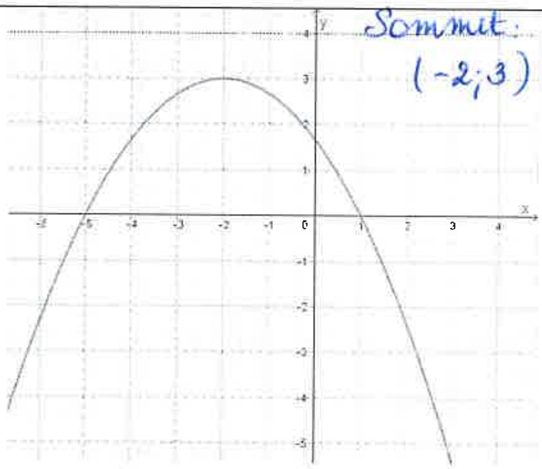
7. A quelle condition un point appartient-il à une courbe ?

Un point appartient à une courbe si et seulement si il vérifie l'équation de cette courbe.

8. Pour déterminer l'expression analytique, sous sa forme générale, d'une fonction du second degré à partir de son graphique, sur lequel on peut lire le sommet, il faut utiliser la forme canonique $f(x)=a(x-m)^2+p$, remplacer m et p par les coordonnées du sommet. En utilisant un point du graphique, on calcule a. Enfin, en développant la forme canonique, on obtient la forme générale.

9. Détermine une expression analytique de chaque fonction du second degré, sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Sommet : $(0;1)$ 	$f(x) = a.(x-0)^2 + 1$ $= ax^2 + 1$ $(2;-3) \in G_f \Leftrightarrow -3 = a.2^2 + 1$ $\Leftrightarrow -4 = 4a$ $\Leftrightarrow a = -1$ $\rightarrow f(x) = -x^2 + 1$
Sommet : $(1;3)$ 	$f(x) = a.(x-1)^2 + 3$ $(2;5) \in G_f \Leftrightarrow 5 = a.(2-1)^2 + 3$ $\Leftrightarrow 5 = a + 3$ $\Leftrightarrow a = 2$ $\rightarrow f(x) = 2.(x-1)^2 + 3$ $= 2.(x^2 - 2x + 1) + 3$ $= 2x^2 - 4x + 5$
Sommet : $(5;0)$ 	$f(x) = a.(x-5)^2 + 0$ $= a.(x-5)^2$ $(0;-5) \in G_f \Leftrightarrow -5 = a.(0-5)^2$ $\Leftrightarrow -5 = 25a$ $\Leftrightarrow a = -\frac{1}{5}$ $\rightarrow f(x) = -\frac{1}{5}(x-5)^2$ $= -\frac{1}{5}(x^2 - 10x + 25)$ $= -\frac{1}{5}x^2 + 2x - 5$

Sommet : $(-1;-8)$ 	$f(x) = a.(x+1)^2 - 8$ $(4;2) \in G_f \Leftrightarrow 2 = a(4+1)^2 - 8$ $\Leftrightarrow 2 = 25a - 8$ $\Leftrightarrow 10 = 25a$ $\Leftrightarrow a = \frac{2}{5}$ $\rightarrow f(x) = \frac{2}{5}(x+1)^2 - 8$ $= \frac{2}{5}(x^2+2x+1) - 8$ $= \frac{2}{5}x^2 + \frac{4}{5}x - \frac{38}{5}$
 Sommet : $(-2;3)$	$f(x) = a.(x+2)^2 + 3$ $(1;0) \in G_f \Leftrightarrow 0 = a.(1+2)^2 + 3$ $\Leftrightarrow -3 = 9a$ $\Leftrightarrow a = -\frac{1}{3}$ $\rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}(x+2)^2 + 3$ $= -\frac{1}{3}(x^2+4x+4) + 3$ $= -\frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$

10. Pour déterminer l'expression analytique, sous sa forme générale, d'une fonction du second degré à partir de 3 points appartenant à son graphique, il faut ...remplacer les coordonnées de chaque point dans la forme générale. On obtient alors un système de 3 équations à 3 inconnues que l'on résout. On écrit finalement l'expression analytique de la fonction.........

11. Détermine une équation de la parabole passant par les points $A(1;-3)$, $B(2;-4)$ et $C(-3;-19)$. Indique bien toutes les étapes.

$A \in \mathcal{P} \Leftrightarrow -3 = a+b+c \quad (1)$

$B \in \mathcal{P} \Leftrightarrow -4 = 4a+2b+c \quad (2)$

$C \in \mathcal{P} \Leftrightarrow -19 = 9a-3b+c \quad (3)$

On isole c dans l'équation (1) : $c = -3-a-b$

On remplace c dans l'équation (2) : $-4 = 4a+2b-3-a-b$

$-1 = 3a+b$

On remplace c dans l'équation (3) : $-19 = 9a-3b-3-a-b$

$-16 = 8a-4b$

$-4 = 2a-b$

On isole b dans l'équation $-1 = 3a+b$: $b = -1-3a$

et on remplace b dans l'équation $-4 = 2a-b$:

$-4 = 2a-(-1-3a)$

$\Leftrightarrow -4 = 2a+1+3a$

$\Leftrightarrow -5 = 5a$

$\Leftrightarrow a = -1$

Comme $a=-1$, $b = -1-3a = -1-3.(-1) = 2$

et $c = -3-a-b = -3-(-1)-2 = -4$

$\Rightarrow \mathcal{P} \equiv y = -x^2+2x-4$

12. Détermine une équation de la parabole passant par les points $A(2;-8)$, $B(-1;6)$ et $C(4;-15)$. Indique bien toutes les étapes.

$A \in \mathcal{P} \Leftrightarrow -8 = 4a + 2b + c \qquad (1)$

$B \in \mathcal{P} \Leftrightarrow 6 = a - b + c \qquad (2)$

$C \in \mathcal{P} \Leftrightarrow -15 = 16a + 4b + c \qquad (3)$

On isole c dans l'équation (1) : $c = -8 - 4a - 2b$

On remplace c dans l'équation (2) : $6 = a - b - 8 - 4a - 2b$

$14 = -3a - 3b$

On remplace c dans l'équation (3) : $-15 = 16a + 4b - 8 - 4a - 2b$

$-7 = 12a + 2b$

On isole a dans l'équation $14 = -3a - 3b$: $a = \frac{-14}{3} - b$

et on remplace a par $-\frac{14}{3} - b$ dans l'équation $-7 = 12a + 2b$:

$-7 = 12 \cdot \left(-\frac{14}{3} - b\right) + 2b$

$\Leftrightarrow -7 = -56 - 12b + 2b$

$\Leftrightarrow 49 = -10b$

$\Leftrightarrow b = -\frac{49}{10}$

Comme $b = -\frac{49}{10}$, $a = -\frac{14}{3} - b = -\frac{14}{3} + \frac{49}{10} = \frac{7}{30}$

et $c = -8 - 4 \cdot a - 2b = -8 - 4 \cdot \frac{7}{30} - 2 \cdot \left(\frac{-49}{10}\right) = \frac{13}{15}$

$\Rightarrow \mathcal{P} \equiv y = \frac{7}{30} x^2 - \frac{49}{10} x + \frac{13}{15}$