SECOND DEGRÉ

Caractéristiques graphiques des fonctions du second degré 4

Utiliser les caractéristiques graphiques

C. SCOLAS

https://bit.ly/41A78Im

	J'ai compris et je connais la base.
	Je suis capable de résoudre les problèmes attendus du cours.
	Je peux appliquer les concepts dans un contexte complexe ou nouveau.

1. Détermine l'équation générale de la parabole pour laquelle l'ordonnée à l'origine vaut 6 et dont le sommet est le point $P(-2;1)$.

↳ $(0;6)$ est un point de la parabole

↳ $y = a.(x+2)^2+1$

$(0;6) \in Gf \Leftrightarrow 6 = a.(0+2)^2+1$

$5 = 4a$

$a = \frac{5}{4}$

$\rightarrow y = \frac{5}{4}(x+2)^2+1$

$= \frac{5}{4}(x^2+4x+4)+1$

$= \frac{5}{4}x^2+5x+6$

2. Détermine toutes les valeurs du paramètre b pour que l'ordonnée du minimum de la parabole d'équation $y = 3x^2+bx+1$ soit égal à $-\frac{1}{3}$.

$\rightarrow \frac{-\Delta}{4a} = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{-b^2+12}{4.3} = -\frac{1}{3}$

$\Delta = b^2 - 4.3.1 = b^2-12$

$\Leftrightarrow -b^2+12 = -4$

$\Leftrightarrow b^2-16 = 0$

$\Leftrightarrow (b-4)(b+4) = 0$

$b = 4 \quad b = -4$

3. Détermine les coordonnées du point d'intersection de la parabole $y = -3(x+5)^2+20$ avec l'axe des ordonnées.

↳ $x = 0$

$\rightarrow -3(0+5)^2+20 = -3.25+20 = -75+20 = -55$

$\Rightarrow (0;-55)$

4. On considère la famille de fonctions $f(x) = mx^2 + 4x + 3$.

(1) Détermine la valeur de m pour que le point $(2;19)$ appartienne à G_f .

$(2;19) \in G_f \Leftrightarrow 19 = m.2^2 + 4.2 + 3$

$\Leftrightarrow 19 = 4m + 8 + 3$

$\Leftrightarrow 8 = 4m$

$\Leftrightarrow m = 2$

(2) Détermine la valeur de m pour que la fonction ne possède qu'une seule racine.

f ne possède qu'une seule racine $\Leftrightarrow \Delta = 0$

$\Leftrightarrow 4^2 - 4.m.3 = 0$

$\Leftrightarrow 16 - 12m = 0$

$\Leftrightarrow m = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$

5. Un congélateur défectueux n'arrive pas à maintenir la température constante. On y place un pot d'eau dont on mesure la température à intervalles réguliers. On constate que la température de l'eau ou de la glace (en degrés Celsius) est donnée, t heures après que le récipient ait été déposé au congélateur, par la fonction $f(t) = 2t^2 - 14t + 20$ où $t \in [0;6]$.

(1) Quelle est la température de l'eau au moment où on place le récipient au congélateur ? Indique tes calculs.

$f(0) = 2.0^2 - 14.0 + 20$

$= 20$

$\Rightarrow$ La température initiale de l'eau est de 20°C.

(2) Combien de temps l'eau met-elle à se transformer en glace ? Indique tes calculs.

L'eau se transforme en glace au moment où $f(t) = 0$.

$\Leftrightarrow 2t^2 - 14t + 20 = 0$

$\Delta = (-14)^2 - 4.2.20$

$= 36$

$t_{1,2} = \frac{14 \pm 6}{4} \genfrac{}{}{0pt}{}{\nearrow 5}{\searrow 2}$

$\Rightarrow$ L'eau se transforme en glace après 2h.

(3) Après combien de temps la glace commence-t-elle à fondre ? Indique tes calculs.

L'eau commence à fondre 5h après l'avoir placée au congélateur.

(4) Quelle est la température minimale atteinte par la glace? Combien de temps après que le pot d'eau ait été placé au congélateur la glace atteint-elle cette température minimale ? Indique tes calculs.

$\frac{-b}{2a} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$

$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-36}{8} = \frac{-9}{2}$

⇒ La température minimale est atteinte après 3,5h (abscisse du sommet) et elle est de −4,5°C (ordonnée du sommet)

6. Lors d'un naufrage, le capitaine d'un bateau tire une fusée de détresse verticalement à l'instant $t = 0$. Cette fusée s'élève suivant la loi $y(t) = 39,2t - 4,9t^2$ où $y(t)$ désigne l'altitude en mètres à l'instant t, en secondes.

a. Détermine la hauteur maximale que sa fusée atteindra. Indique tes calculs.

↳ ordonnée du sommet

$\Delta = 39,2^2 - 4 \cdot (-4,9) \cdot 0$
$= 1536,64$

$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-1536,64}{4 \cdot (-4,9)} = 78,4$

⇒ La hauteur maximale atteinte par la fusée est de 78,4 m.

b. Combien de temps faudra-t-il pour que la fusée atteigne cette hauteur maximale ? Indique tes calculs.

↳ abscisse du sommet

$\frac{-b}{2a} = \frac{-39,2}{2 \cdot (-4,9)} = 4$

⇒ La hauteur maximale est atteinte après 4 secondes.

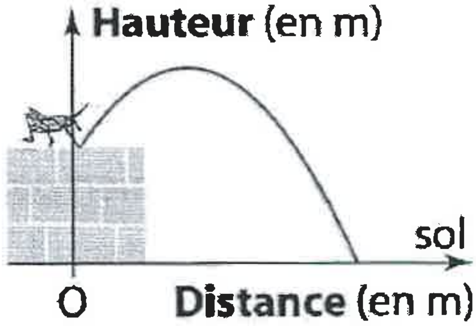
c. Détermine après combien de temps la fusée retombera au sol. Indique tes calculs.

↳ on cherche la racine positive de f

$t_{1,2} = \frac{-39,2 \pm 39,2}{2 \cdot (-4,9)}$ ⟨ 0 ; 8

⇒ La fusée retombera au sol 8 secondes après son lancement.

7. Une sauterelle saute d'un mur avant de se poser sur le sol. On admet que sa trajectoire est un arc de parabole représentant une fonction f dont l'expression est $f(x) = -x^2 + 2x + 4$.



(1) Quelle est la hauteur du mur ? Indique tes calculs.

$f(0) = -0^2 + 2 \cdot 0 + 4$
$= 4$

$\Rightarrow$ La hauteur du mur est de 4m.

(2) A quelle hauteur maximale a-t-elle sauté ? Indique tes calculs.

$\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 4 = 20$

$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-20}{-4} = 5$

$\Rightarrow$ La hauteur maximale est de 5m.

(3) A quelle distance du mur est-elle retombée ? Indique tes calculs.

$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{5}}{-2} \begin{cases} -1{,}24 \\ 3{,}24 \end{cases}$

$\Rightarrow$ La sauterelle est retombée à 3,24 m du mur.

(4) A quelle distance est-elle du mur lorsqu'elle est à une hauteur de 1 m ? Indique tes calculs.

Si $y = 1$, on a : $-x^2 + 2x + 4 = 1$

$\Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0$

$\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3$
$= 16$

$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{-2} \begin{cases} -1 \rightarrow \text{à rejeter} \\ 3 \end{cases}$

$\Rightarrow$ La sauterelle est à 3 m du mur.