



1. Une mère a trois fois l'âge de son fils. Il y a six ans, le produit de leurs âges était 96.

Aujourd'hui, quelle est la différence (positive) de leurs âges ?

1° Choix des inconnues

Soit x , l'âge de la mère aujourd'hui

Soit y , l'âge du fils aujourd'hui

2° Mise en équation

$$\begin{cases} x = 3y \\ (x-6) \cdot (y-6) = 96 \end{cases}$$

3° Résolution

On remplace x par $3y$ dans la 2^e équation :

$$(3y-6) \cdot (y-6) = 96$$

$$3y^2 - 18y - 6y + 36 = 96$$

$$3y^2 - 24y - 60 = 0$$

$$y^2 - 8y - 20 = 0$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 64 + 80 = 144$$

$$y = \frac{8 \pm 12}{2} \quad \begin{matrix} 10 \Rightarrow x = 30 \\ \text{à rejeter car un âge} \\ \text{est un nombre positif} \end{matrix}$$

4° Réponse au problème

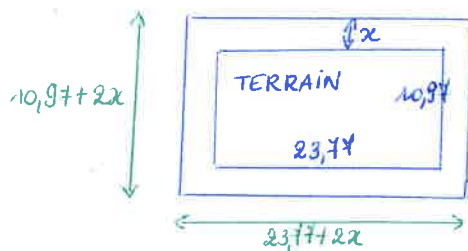
$$x - y = 30 - 10 = 20$$

La différence positive de leurs âges est de 20 ans.

2. Un terrain de tennis standard mesure 23,77 m de long sur 10,97 m de large. On souhaite construire une bande circulation autour du terrain, de largeur constante et dont l'aire est égale à celle du terrain.

Détermine la largeur de la bande.

1° Choix des inconnues



Soit x , la largeur de la bande.

2° Mise en équation

aire de la bande = aire du terrain

$$\Leftrightarrow (10,97 + 2x) \cdot (23,77 + 2x) - 10,97 \cdot 23,77 = 10,97 \cdot 23,77$$

3° Résolution

On développe l'équation :

$$260,7569 + 21,94x + 47,54x + 4x^2 - 260,7569 = 260,7569$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 69,48x - 260,7569 = 0$$

$$\Delta = 69,48^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-260,7569) = 8999,5808$$

$$x = \frac{-69,48 \pm 94,87}{8}$$

$$\begin{cases} 3,17 \\ -20,54 \end{cases}$$

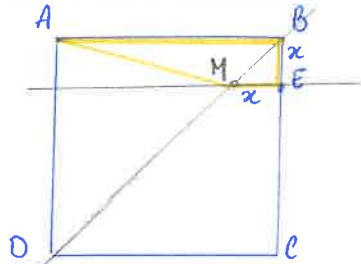
à rejeter car x représente une longueur et une longueur est un nombre positif.

4° Réponse au problème

La largeur de la bande est de 3,17 m.

3. On considère un carré $ABCD$ de 6 cm de côté. Le point E est un point du segment $[BC]$. La parallèle à AB passant par E coupe la diagonale $[BD]$ en M . Détermine la position de E sur $[BC]$ pour que l'aire du trapèze $ABEM$ soit égale à la moitié de celle du carré $ABCD$.

1° Choix des inconnues



Soit $x = \overline{BE}$

2° Mise en équation

$$\text{aire de } ABEM = \frac{1}{2} \text{ aire de } ABCD$$

$$\frac{(6+x) \cdot x}{2} = 18$$

3° Résolution

On développe l'équation :

$$6x + x^2 = 36$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x - 36 = 0$$

$$\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-36) = 180$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{180}}{2} = -3 \pm 3\sqrt{5}$$

3,71

-9,71

à rejeter car x représente une longueur et une longueur est un nombre positif

4° Réponse au problème

Le point E doit se situer à 3,71 cm du point B sur $[BC]$.

4. Sébastien s'est rendu en voiture à 600 km de son domicile. Si sa vitesse avait été supérieure de 16 km/h, il aurait mis une heure et quart de moins pour arriver à destination. Quelle était sa vitesse moyenne ?



1° Choix des inconnues

Soit x , la vitesse de Sébastien (en km/h)

Soit y , le temps de parcours (en h)

$$v = \frac{d}{t}$$

2° Mise en équation

$$\begin{cases} x = \frac{600}{y} \\ x + 16 = \frac{600}{y - 1,25} \end{cases}$$

3° Résolution

On remplace x par $\frac{600}{y}$ dans la 2^e équation :

$$\frac{600}{y} + 16 = \frac{600}{y - 1,25}$$

$$\Leftrightarrow \frac{600 + 16y}{y} = \frac{600}{y - 1,25}$$

$$\Leftrightarrow (600 + 16y) \cdot (y - 1,25) = 600y$$

$$\Leftrightarrow 600y - 750 + 16y^2 - 20y = 600y$$

$$\Leftrightarrow 16y^2 - 20y - 750 = 0$$

$$\Delta = (-20)^2 - 4 \cdot 16 \cdot (-750) = 48400$$

$$y = \frac{20 \pm 220}{32} \quad \begin{matrix} 7,5 \Rightarrow x = \frac{600}{7,5} = 80 \\ -6,25 \end{matrix}$$

à rejeter car y représente un temps et un temps est un nombre positif

4° Réponse au problème

La vitesse moyenne de Sébastien est de 80 km/h.

5. Un responsable d'association achète des places pour un spectacle pour un total de 6000 €. S'il avait acheté 50 places de plus, il aurait bénéficié d'une réduction de 20 € par place, mais cela lui aurait coûté 4000 € de plus. Détermine le prix d'une place sans réduction et le nombre de places achetées.

1° Choix des inconnues

Soit x , le nombre de places achetées sans réduction.
Soit y , le prix d'une place achetée sans réduction.

2° Mise en équation

$$\begin{cases} x \cdot y = 6000 \\ (x+50) \cdot (y-20) = 10000 \end{cases}$$

3° Résolution

On isole y dans la 1^{re} équation : $y = \frac{6000}{x}$

On remplace y par $\frac{6000}{x}$ dans la 2^e équation :

$$(x+50) \cdot \left(\frac{6000}{x} - 20 \right) = 10000$$

$$\Leftrightarrow 6000 - 20x + \frac{300000}{x} - 1000 = 10000$$

$$\Leftrightarrow 6000x - 20x^2 + 300000 - 1000x = 10000x$$

$$\Leftrightarrow -20x^2 - 5000x + 300000 = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 - 250x + 15000 = 0$$

$$\Delta = (-250)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 15000 = 122500$$

$$x = \frac{250 \pm 350}{-2} \begin{cases} -300 \text{ à rejeter car un nombre de places est un nombre positif} \\ 50 \Rightarrow y = 120 \end{cases}$$

4° Réponse au problème

Une place coûte 120 € et le responsable a acheté 50 places.

6. La différence de deux nombres positifs vaut 4 et la somme de leurs carrés est 60,02.
Détermine ces deux nombres.

1° Choix des inconnues

Soit x et y , les deux nombres positifs recherchés
avec $y > x$.

2° Mise en équation

$$\begin{cases} y - x = 4 \\ x^2 + y^2 = 60,02 \end{cases}$$

3° Résolution

De la 1^{re} équation, on isole y : $y = x + 4$

On remplace y par $x + 4$ dans la 2^e équation :

$$x^2 + (x + 4)^2 = 60,02$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x^2 + 8x + 16 = 60,02$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 8x - 44,02 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 22,01 = 0$$

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-22,01) = 104,04$$

$$x = \frac{-4 \pm 10,2}{2}$$

$3,1 \Rightarrow y = x + 4 = 3,1 + 4 = 7,1$
 $-7,1$ à rejeter car les
nombres recherchés
sont positifs

4° Réponse au problème

Les nombres recherchés sont 3,1 et 7,1.