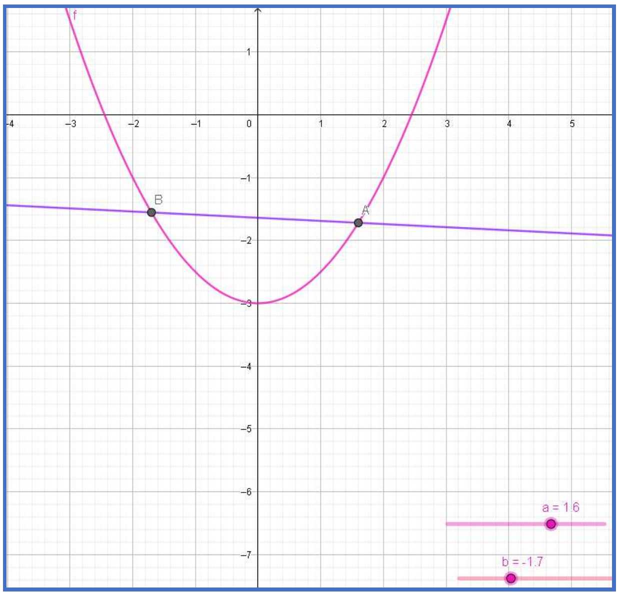
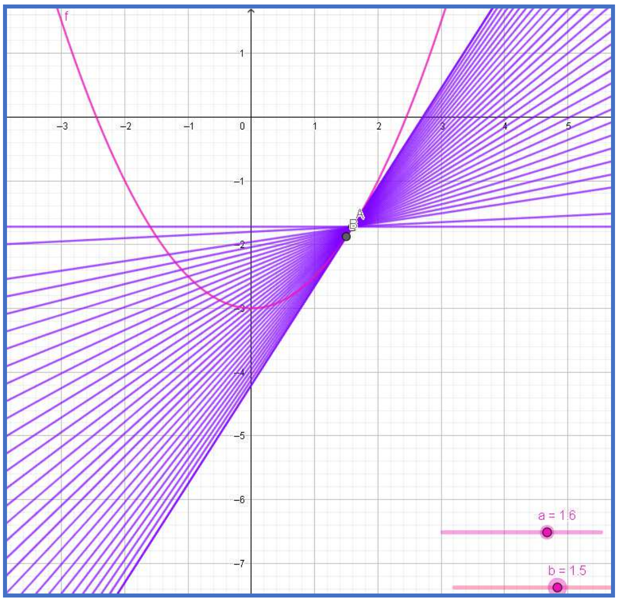
2. Interprétation géométrique du nombre dérivé

On considère une fonction f et la courbe la représentant, ainsi qu'un point A, d'abscisse a, sur la courbe.

ANIMATION





S est la sécante passant par les points $A\left(a; f\left(a\right)\right)$ et $B\left(x; f\left(x\right)\right)$.

$\dfrac{f\left(x\right)-f\left(a\right)}{x-a}$ représente la pente de la sécante S.

T est la tangente au graphe de f au point $A\left(a; f\left(a\right)\right)$

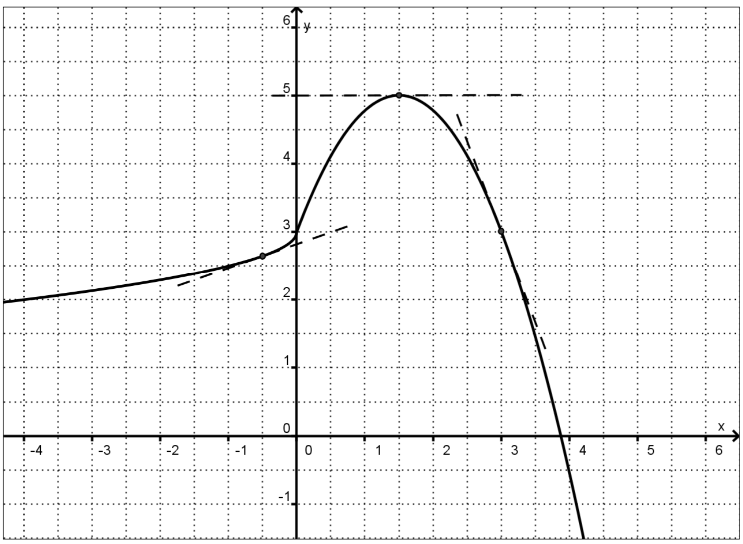
Ainsi, $f'\left(a\right)=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f\left(x\right)-f\left(a\right)}{x-a}$ représente la pente de la tangente T au graphe de f au point d'abscisse a.

<u>Exercice :</u> On donne quelques tangentes au graphique d'une fonction. Indique la réponse correcte.

(1) $f'\left(-0,5\right)=0,35$ ou $f'\left(-0,5\right)=-0,35$

(2) $f'\left(1,5\right)=1$ ou $f'\left(1,5\right)=0$

(3) $f'\left(3\right)=8/3$ ou $f'\left(3\right)=-8/3$



Le nombre dérivé permet également de déterminer le domaine de dérivabilité d'une fonction :

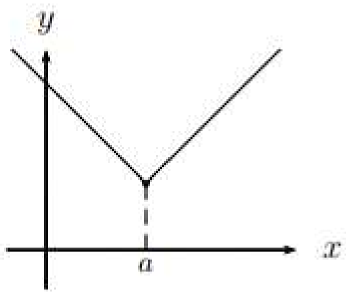
Une fonction f est dérivable en x si elle admet un nombre dérivé en x. Par conséquent, pour qu'une fonction soit dérivable en x, il est nécessaire et suffisant que le nombre dérivé à droite et le nombre dérivé à gauche existent dans $\mathbb{R}$ et soient égaux.

Ainsi, dire que **f est dérivable en a** signifie que le graphe de f admet une tangente non verticale au point $(a; f(a))$.

Définition : Le **domaine de dérivabilité** d'une fonction f est l'ensemble des réels où f est dérivable. Il est noté $dom_d f$

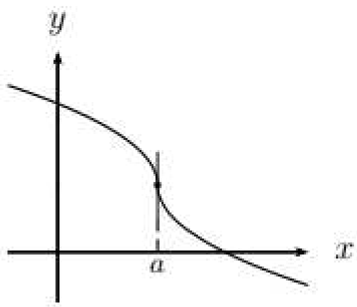
La **non-dérivabilité** correspond à trois autres cas :

- le **point anguleux** où les dérivées à gauche et à droite existent dans $\mathbb{R}$ mais sont distinctes ;



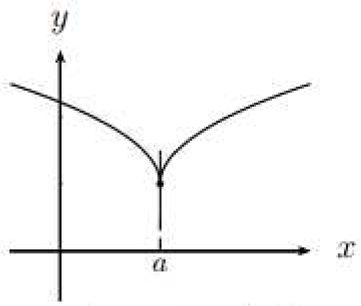
point anguleux

- la **tangente verticale** où la dérivée n'existe pas dans $\mathbb{R}$.



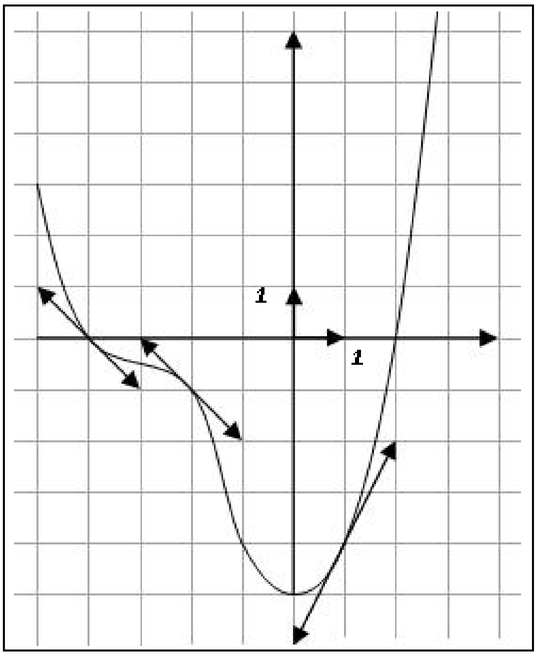
tangente verticale
pas de point de rebroussement

- le **point de rebroussement** où les dérivées à gauche et à droite existent, sont toutes deux infinies mais distinctes.

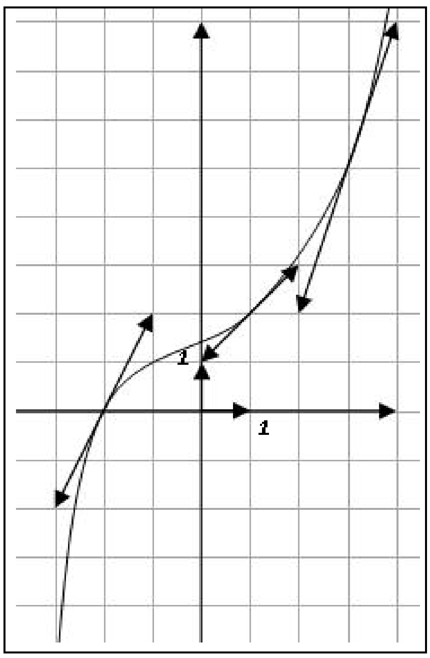


tangente verticale
point de rebroussement

Exercices :  https://bit.ly/3orxtW6



1. A l'aide de la représentation graphique de la fonction f donnée ci-contre, indique
   (1) la valeur de $f'(1)$
   (2) les valeurs de x telles que $f'(x) = -1$
   (3) la valeur de x pour laquelle $f'(x) = 0$



2. A partir du graphique de f, indique
   (1) la valeur de $f'(-2)$
   (2) le nombre dérivé de f en 3
   (3) les valeurs de x telles que $f'(x) < 0$

3. Vérifie, par calculs, que le point d'abscisse 1 est un point de rebroussement de la fonction $f(x)=\sqrt[3]{(x-1)^2}$.

4. Vérifie, par calculs, que le point d'abscisse 2 est un point anguleux de la fonction $f(x)=\left|x^2-4\right|$.

$$|x|=\begin{cases} x & \text{si } x\geq 0 \\ -x & \text{si } x<0 \end{cases}$$

5. En examinant les graphiques suivants, explique pourquoi les fonctions associées à ces graphiques ne sont pas dérivables lorsque $x=1$.