

D. Dérivée de fonctions usuelles



ANIMATION

Définition : La fonction dérivée première de f ou, plus simplement, la **dérivée première** de f , est la fonction qui, à chaque réel a en lequel f est dérivable, fait correspondre le nombre dérivé de f en a . On la note f' . (Voir l'animation)

Exemple : On considère la fonction $f(x) = 3x^2 - 2x$. Cette fonction est définie en tout réel a .

- Le taux de variation moyen de f en le réel a quelconque est égal à :

- $\forall a \in \mathbb{R}$,

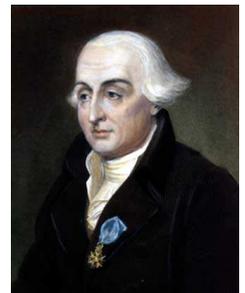
- La fonction dérivée première est

Le saviez-vous ?



La notation f' , due au mathématicien Joseph-Louis Lagrange (1736-1813), n'est pas la seule notation possible pour désigner la dérivée d'une fonction f .

On peut également la noter $\frac{df}{dx}$, en sous-entendant que la variable est x . Cette autre notation prend tout son intérêt lorsque f est une fonction de plusieurs variables.



Ainsi, pour déterminer la fonction dérivée première d'une fonction, on doit calculer une limite.

Pour pouvoir déterminer cette fonction dérivée plus rapidement, les mathématiciens ont établi un ensemble de formules, qu'il sera bon de connaître par  ...

1. Fonction constante



DÉRIVÉE DE LA FONCTION CONSTANTE

<https://youtu.be/NSf2azawEa0>

Soit $f(x) = k$ (avec $k \in \mathbb{R}$).

$dom f = \dots$

Donc $f'(x) = \dots$

ce que l'on note et $dom_d f = \dots$

2. Fonction identique



DÉRIVÉE DE LA FONCTION IDENTIQUE

<https://youtu.be/oMIO11HqpVY>

Soit $f(x) = x$

$dom f = \dots$

Donc $f'(x) = \dots$

ce que l'on note et $dom_d f = \dots$

3. Fonction puissance à exposant rationnel

(1) Fonction carrée



DÉRIVÉE DE LA FONCTION CARRÉE

<https://youtu.be/XY3gedB1leg>

Soit $f(x) = x^2$

$dom f = \dots$

Donc $f'(x) = \dots$

ce que l'on note et $dom_d f = \dots$

(2) Fonction cube



DÉRIVÉE DE LA FONCTION CUBE

<https://youtu.be/Wbt09nguJ-4>

Soit $f(x) = x^3$

$dom f = \dots$

Donc $f'(x) = \dots$

ce que l'on note et $dom_d f = \dots$

(3) Fonction puissance 4



DÉRIVÉE DE LA FONCTION PUISSANCE 4

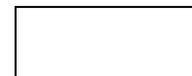
<https://youtu.be/mEQOHbntLXw>

Soit $f(x) = x^4$

$dom f = \dots$

Donc $f'(x) = \dots$

ce que l'on note



et $dom_d f = \dots$

(4) Fonction puissance à exposant naturel non nul

Soit $f(x) = x^n$ (avec $n \in \mathbb{N}_0$)

$dom f = \mathbb{R}$

En généralisant à partir des fonctions précédentes, on a $f'(x) = n.x^{n-1}$ ce que l'on note

$(x^n)' = n.x^{n-1}$ et $dom_d f = \mathbb{R}$

On admet que cette formule se généralise pour n rationnel non nul : $(x^n)' = n.x^{n-1}$ avec $n \in \mathbb{Q}_0$

4. Fonction racine carrée



DÉRIVÉE DE LA FONCTION RACINE CARRÉE

<https://youtu.be/-DqiLmDEIn4>

Soit $f(x) = \sqrt{x}$

$dom f = \dots$

Donc $f'(x) = \dots$

ce que l'on note

et $dom_d f = \dots$

5. Fonction inverse



DÉRIVÉE DE LA FONCTION INVERSE

https://youtu.be/I_tzahKJ7Xc

Soit $f(x) = \frac{1}{x}$

$dom f = \dots$

Donc $f'(x) = \dots$

ce que l'on note

et $dom_d f = \dots$