

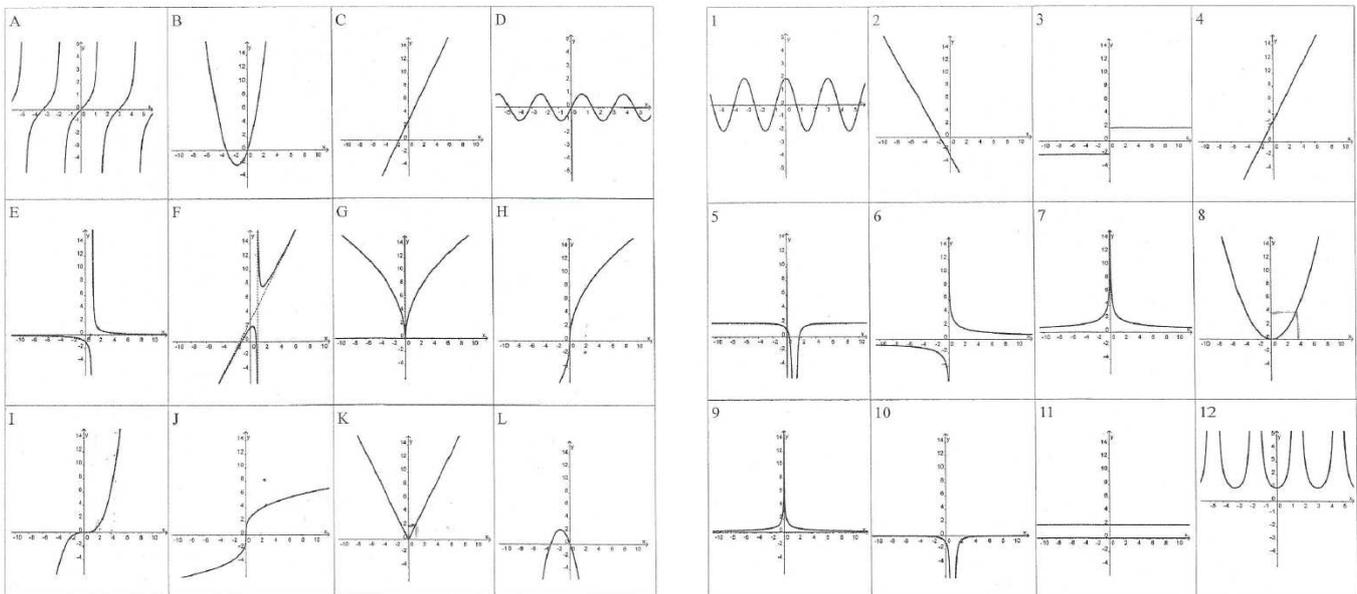
UAA 4 : La dérivée

Solutions

I. Dérivée première et croissance d'une fonction

5. Exercices

1. Voici les graphiques de 12 fonctions (graphiques A à L) et de leurs dérivées (graphiques 1 à 12). Associe chaque fonction à sa dérivée.



A-12	B-4	C-11	D-1
E-10	F-5	G-6	H-7
I-8	J-9	K-3	H-7

2. Détermine les extremums éventuels des fonctions suivantes :

(1) $f(x) = (x-1)^2(2x+3)$

Maximum en $\left(-\frac{2}{3}; \frac{125}{27}\right)$ et minimum en $(1;0)$

(2) $f(x) = \frac{x^2-1}{x}$

AV $\equiv x = 0$, pas d'extremum

(3) $f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 3x$

PI en $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

(4) $f(x) = x^2(3x^2 + 2x - 3)$

Minimum en $(-1; -2)$, maximum en $(0;0)$ et minimum en $\left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{16}\right)$

(5) $f(x) = x^6 + x^4$

Minimum en $(0;0)$

(6) $f(x) = \frac{x^2+3}{x-1}$

Maximum en $(-1; -2)$, minimum en $(3;6)$ et AV $\equiv x = 1$

3. On considère la fonction $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

(1) Détermine son domaine.

$$\text{dom } f = \mathbb{R}$$

(2) Détermine les éventuelles asymptotes verticales et horizontales.

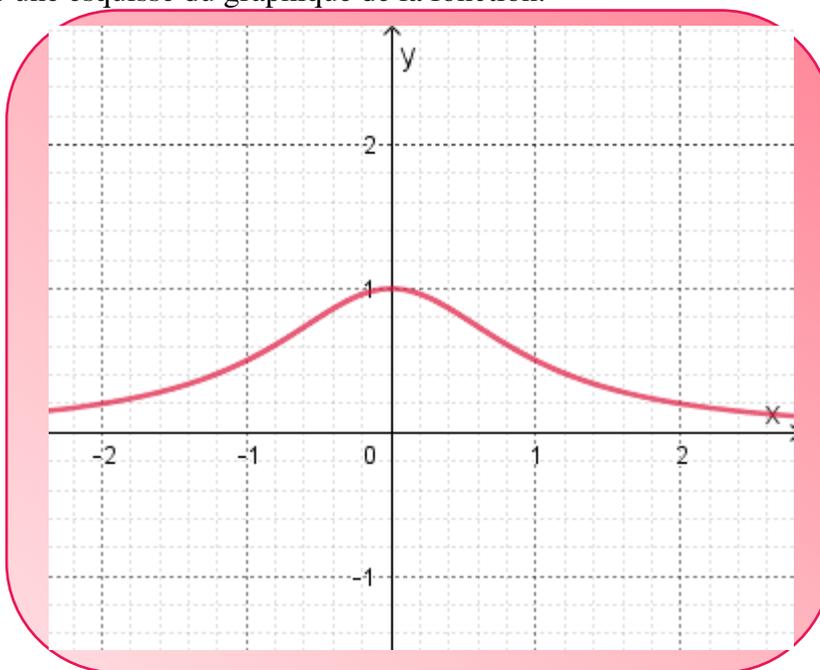
Pas d'asymptote verticale

$$AH \equiv y = 0$$

(3) Détermine les variations de f .

x		0	
$f(x)$	↗	Max (0 ; 1)	↘

(4) Trace une esquisse du graphique de la fonction.



4. Détermine les coordonnées des extremums de la fonction $f(x) = \frac{x}{2} - \sin x$ sur l'intervalle $]-\pi; \pi[$.

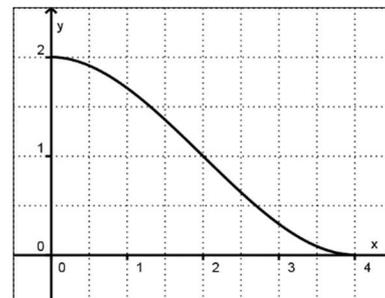
x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{3}$		$\frac{\pi}{3}$		π
f'	+	+	0	-	0	+	+
f			Max $\left(-\frac{\pi}{3}; 0,34\right)$		Min $\left(\frac{\pi}{3}; -0,34\right)$		

5. On donne la fonction $f(x) = ax + b + \frac{1}{x}$. Détermine a et b de sorte que $f(x)$ ait un maximum en $(-1; -5)$.

$$a = 1 \text{ et } b = -3$$

6. La figure ci-contre représente le profil d'un toboggan destiné à de jeunes enfants. La hauteur du toboggan est de 2 mètres et sa longueur de 4 mètres. Pour des raisons de sécurité, les pentes au départ et à l'arrivée doivent être horizontales.

Détermine l'expression d'une fonction du 3^{ème} degré dont le graphique donne l'allure du toboggan ; cette fonction doit vérifier les contraintes de sécurité.



$$f(x) = \frac{1}{16}x^3 - \frac{3}{8}x^2 + 2$$