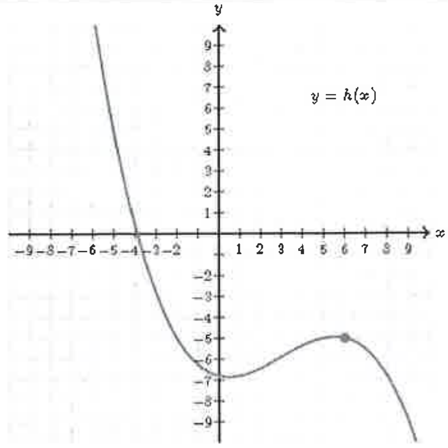
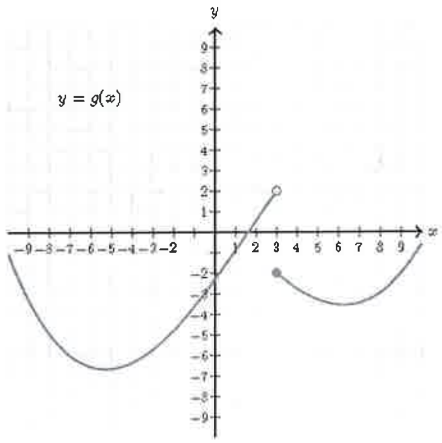
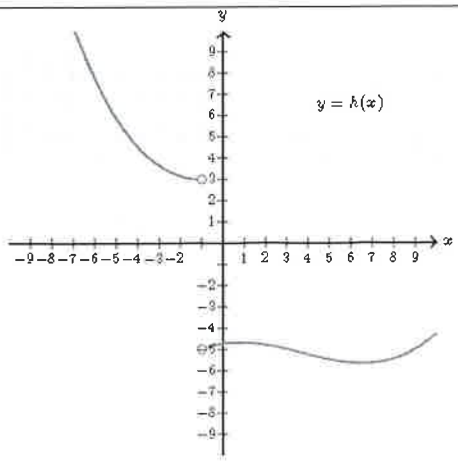
DÉRIVÉES ET APPLICATIONS

Continuité et applications

C. SCOLAS

https://bit.ly/4jGC0ij

1. Dis si les fonctions associées aux graphiques suivants sont continues

	(1) à gauche en $x=6$ oui (2) à droite en $x=6$ oui (3) pour $x=6$ oui
	(1) à gauche en $x=3$ non (2) à droite en $x=3$ oui (3) pour $x=3$ non
	(1) à gauche en $x=-1$ non (2) à droite en $x=-1$ non (3) pour $x=-1$ non

2. Détermine le nombre de solutions de l'équation $3x^4-16x^3+6x^2+72x-5=0$ grâce au théorème des valeurs intermédiaires.

Recherche ensuite, à quatre décimales exactes, la(les) solution(s) de l'équation en utilisant la méthode de Newton-Raphson. Indique les différentes valeurs intermédiaires.

Soit $f(x) = 3x^4 - 16x^3 + 6x^2 + 72x - 5$.

$f'(x) = 12x^3 - 48x^2 + 12x + 72$

	12	-48	12	72
-1	↓	-12	60	-72
	12	-60	72	0

Racines : $(x+1)\cdot(12x^2-60x+72)=0$

$\Leftrightarrow (x+1)\cdot 12\cdot(x^2-5x+6)=0$

$x=-1$

$\Delta = (-5)^2 - 4\cdot 1\cdot 6 = 1$

$x_{1,2} = \dfrac{5\pm 1}{2}$: 3 ; 2

x		-1		2		3	
$(x+1)$	−	0	+	+	+	+	+
$12\cdot(x^2-5x+6)$	+	+	+	0	−	0	+
f'	−	0	+	0	−	0	+
f	↘	-52	↗	83	↘	76	↗

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} 3x^4\left(1-\frac{16}{3x}+\frac{2}{x^2}+\frac{24}{x^3}-\frac{5}{3x^4}\right)$

$= +\infty$

Sur $]\leftarrow;-1]$, f est continue, décroissante, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)>0$ et $f(-1)<0$.

Donc, d'après le TVI, f admet une racine sur $]\leftarrow;-1]$.

Sur $[-1;2]$, f est continue, croissante, $f(-1)<0$ et $f(2)>0$.

Donc, d'après le TVI, f admet une racine comprise entre -1 et 2.

Sur $[2;3]$, f est continue, décroissante, $f(2)>0$ et $f(3)>0$.

Donc, d'après le TVI, f n'admet pas de racine sur $[2;3]$.

Sur $[3;\rightarrow$, f est continue, croissante, $f(3)>0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)>0$.

Donc, d'après le TVI, f n'admet pas de racine sur $[3;\rightarrow$.

$\Rightarrow$ L'équation $3x^4-16x^3+6x^2+72x-5=0$ admet 2 solutions.

Sur $]\leftarrow;-1]$: $x_1=-2$; $x_2=-1{,}7875$; $x_3=-1{,}7438$; $x_4=-1{,}7420$; $x_5=$ idem

La racine est $-1{,}7420$

Sur $[-1;2]$: $x_1=1$; $x_2=-0{,}25$; $x_3=0{,}0898$; $x_4=0{,}0691$; $x_5=0{,}0691$

La racine est $0{,}0691$.