DÉRIVÉES ET APPLICATIONS

Dérivée seconde et concavité

C. SCOLAS

https://bit.ly/4jGC0ij

1. Détermine les coordonnées des éventuels points d'inflexion de la fonction $f(x)=\dfrac{x^2+3x+2}{x^2}$.

$$f'(x)=\frac{(2x+3).x^2-(x^2+3x+2).2x}{x^4}$$

$$=\frac{\cancel{x}.\left[(2x+3).x-(x^2+3x+2)2\right]}{x^{\cancel{4}3}}$$

$$=\frac{2x^2+3x-2x^2-6x-4}{x^3}$$

$$=\frac{-3x-4}{x^3}$$

$$f''(x)=\frac{-3.x^3-(-3x-4).3x^2}{x^6}$$

$$=\frac{-3\cancel{x^2}.\left[x+(-3x-4)\right]}{x^{\cancel{6}4}}$$

$$=\frac{-3.(x-3x-4)}{x^4}$$

$$=\frac{-3.(-2x-4)}{x^4}=\frac{6x+12}{x^4}$$

Racines : (N) $x=-2$

(D) $x=0$

x		-2		0	
$6x+12$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
x^4	$+$	$+$	$+$	0	$+$
f''	$-$	0	$+$	$\nexists$	$+$
f	$\cap$	PI $(-2;0)$	$\cup$	AV $x=0$	$\cup$

$\hookrightarrow \lim\limits_{x\to 0} f(x)=\frac{2}{0^+}=+\infty$

2. Détermine les coordonnées des éventuels points d'inflexion de la fonction $f(x) = 3x^5 - 10x^3 + x - 3$.

$f'(x) = 15x^4 - 30x^2 + 1$

$f''(x) = 60x^3 - 60x$

Racines : $60x \cdot (x^2 - 1) = 0$

$\swarrow$ $\quad$ $\downarrow$

$x = 0$ $\quad$ $x = \pm 1$

x		-1		0		1	
$60x$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
x^2-1	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$
f''	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
f	$\cap$	PI $(-1;8)$	$\cup$	PI $(0;-3)$	$\cap$	PI $(1;-9)$	$\cup$

3. Détermine toutes les valeurs de m pour que la fonction $f(x) = x^3 + 2mx^2 + 4px + 2$ admette un point d'inflexion de coordonnées $(-2;2)$. $\Rightarrow f''(-2) = 0$ et $f(-2) = 2$

$f'(x) = 3x^2 + 4mx + 4p$

$f''(x) = 6x + 4m$

$f''(-2) = 0 \Leftrightarrow -12 + 4m = 0$

$\Leftrightarrow m = 3$

$f(-2) = 2 \Leftrightarrow -8 + 8m - 8p + 2 = 2$

$\Leftrightarrow -8 + 24 - 8p + 2 = 2$

$\Leftrightarrow p = 2$