

3. Cas d'indétermination



LIMITES EN L'INFINI - CAS D'INDETERMINATION

<https://bit.ly/3lMvQkP>



Dans le cadre de calculs de limites en l'infini, il existe 3 cas d'indétermination " $\infty - \infty$ ", " $0 \cdot \infty$ " et " $\frac{\infty}{\infty}$ ". On lèvera ces indéterminations en utilisant la règle dite du plus haut degré ou la règle du binôme conjugué.

(1) Fonctions polynômes

Pour calculer la limite en l'infini d'un polynôme, on met son terme de plus haut degré en évidence et on utilise le résultat $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^n} = 0$.

Exemple : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (5x^2 - 2x - 7) = \dots$

(2) Fonctions rationnelles

Lorsqu'on calcule la limite en l'infini d'une fonction rationnelle, on obtient le plus souvent l'indétermination " $\frac{\infty}{\infty}$ ".

La règle générale est de mettre le terme de plus haut degré en évidence au numérateur et au dénominateur et de lever l'indétermination en opérant des simplifications.

Exemple 1 : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 3x}{4x^2 - 2} = \dots$

Exemple 2 : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^3 + 6x}{2x^2 - 2} = \dots$

Exemple 3 : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^2 + 8x}{4x^2 + 6x^3 - 5} = \dots$

(3) Fonctions irrationnelles

Pour rappel,

$$\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Exemple 1 : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5-x}{\sqrt{x^2 + 2x}} = \dots$

Exemple 2 : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x}{\sqrt{9x^2 + 4}} = \dots$

Exemple 3 : Dans le cas de fonctions irrationnelles, la règle du binôme conjugué peut être utilisée pour lever une indétermination :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{2x^2 + 3x} - \sqrt{2x^2 + 5x} \right) = \dots$$