5. Exercices

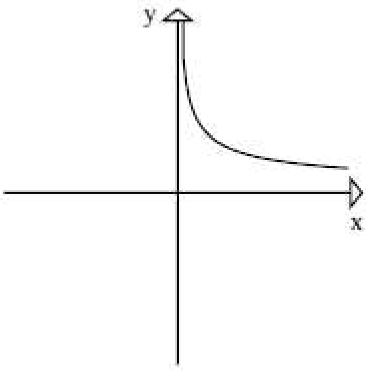
https://bit.ly/3Dqgp83

1. Détermine graphiquement chacune des limites :

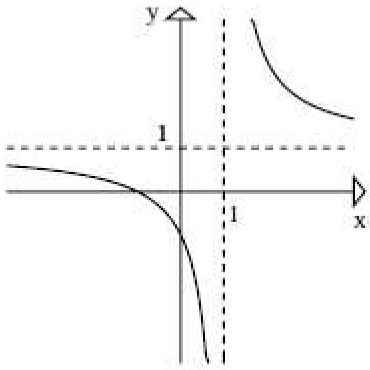
   (1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

   (2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$



$f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$



2. Calcule les limites suivantes et donnes-en une interprétation graphique[2] :

   (1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(3x^2+7x-3\right)=$

   (2) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-5x^2-6x+2\right)=$

   (3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x^2-3x+4}{2x^2+3x+11}=$

   (4) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{3-x}=$

   (5) $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{\dfrac{2x^2}{1-x}}=$

   (6) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x^5-2x^3+4x-2}{3x^6+9x+3}=$

   (7) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x^6+5x^3-9x+2}{-2x^4-3x^2+2x}=$

[2] Indique si le calcul de limite mène à un cas impossible, à une asymptote horizontale dont tu donnes l'équation ou à une situation du type « Au plus les abscisses diminuent au plus les images augmentent ».

(8) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{7x^3-4x^2}+\sqrt{x^2+5}\right)=$

(9) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{7x^5+2x^2+x}-\sqrt{x^4+3x^2+x}\right)=$

(10) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{8x^4+3x^2+2x}-\sqrt{7x^4-7x^2+2}\right)=$

(11) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+2x}-x\right)=$

(12) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+4}-\sqrt{4x^2-1}}{x^2-2x}=$

(13) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^4+3x}-\sqrt{3x^2+3}}{x^2+\sqrt{x^2-4}}=$

(14) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^4+x}-\sqrt{x^4+2x}}{x^2+1}=$

(15) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x}+2-3x}{x}=$

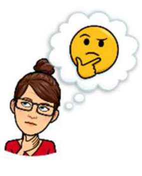
3. Soit f et g deux fonctions. Justifie par un contre-exemple que les implications suivantes sont fausses :

(1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-g(x)\right)=0$

(2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}=1$

(3) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{g(x)}=+\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} f(x).g(x)=0$

<u>Pour chercher :</u>



Calcule les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-1}\right)$. (*UCL, Juillet 2000*)

Sol : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-1}\right)=\dfrac{1}{2}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-1}\right)=-\dfrac{1}{2}$