B. Détermination d'une suite

Une suite (u_n) est déterminée lorsque, pour chaque indice *n*, on peut déterminer la valeur du $n^{\text{ème}}$ terme.

De plus, on peut souvent définir une suite numérique en exprimant le terme général en fonction de l'indice *n*.

Exemple : Considérons la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ définie par son terme général $u_n = 2n-2$.
Déterminons les trois premiers termes.

$u_1 = \ldots\ldots$

$u_2 = \ldots\ldots$

$u_3 = \ldots\ldots$

Exercice : Reprenons deux exemples du point A. Pour chacun d'eux, détermine le terme général.

6° $1 ; \frac{1}{2} ; \frac{1}{3} ; \frac{1}{4} ; \ldots ; \ldots ; \ldots$

$u_n = \ldots\ldots$

9° $0 ; \frac{1}{2} ; \frac{2}{3} ; \frac{3}{4} ; \ldots ; \ldots ; \ldots$

$u_n = \ldots\ldots$

Il est parfois difficile de déterminer le terme général d'une suite (voir exemple 4°). On utilise alors une formule qui lie le terme général au terme précédent : **la formule de récurrence**. Dans ce cas, il faut connaître le *premier terme* de la suite.

Dans l'exemple 4°, 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; … ; … ; …

$$\begin{cases} u_1 = \ldots\ldots \\ u_n = u_{n-1} \ldots\ldots \end{cases}$$

Dans l'exemple suivant : 3 ; 6 ; 12 ; 24 ; …, $\begin{cases} u_1 = \ldots\ldots \\ u_n = u_{n-1} \ldots\ldots \end{cases}$

Exercices :

https://bit.ly/3u3Aqhc

1. Soit la suite déterminée par $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 3n - 2 \end{cases}$. Détermine les quatre premiers termes de cette suite.

2. Soit la suite (u_n) déterminée par récurrence par $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = u_{n-1}.(1 - u_{n-1}) \end{cases}$.

   (1) Détermine les cinq premiers termes de cette suite.

   (2) Exprime le terme général en fonction de n dans le cas où le premier terme de cette suite est 0.

3. Soit la suite de nombres 5 ; 9 ; 13 ; 17 ; … Donne la formule de récurrence de cette suite et le terme général.

4. Soit la suite déterminée par $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = 2 \\ u_n = 6.u_{n-1} - 5.u_{n-2} \end{cases}$. Calcule u_3, u_4 et u_5.

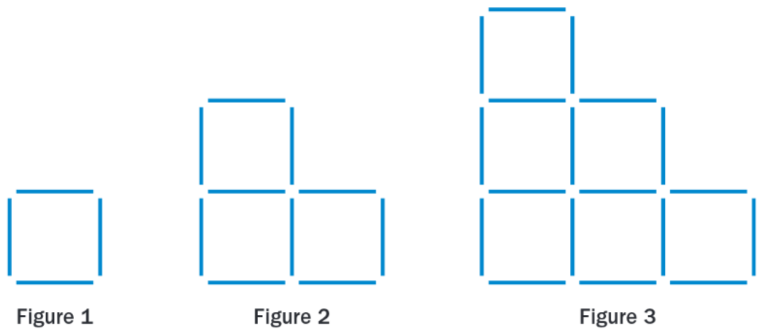
5. On considère la suite (u_n) définie par récurrence par $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_n = \dfrac{n + u_{n-1}}{2} \end{cases}$.

   (1) Détermine les cinq premiers termes de cette suite.

   (2) Donne le terme général.

6. On considère la suite (u_n) définie par $u_n = -3n + 5$. Donne l'expression en fonction de n de : $u_{n+1}, u_n + 1, u_{n+2}, u_{2n}, u_{n^2}, u_{2n+1}$.

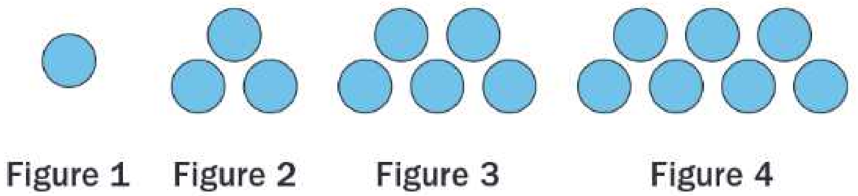
7. Avec des bâtons identiques, on réalise les figures représentées ci-dessous :



(1) On note b_n le nombre de bâtons nécessaires pour construire la figure n, où n est un naturel non nul.
Recherche b_5.

(2) Recherche une expression de b_{n+1} en fonction de b_n.

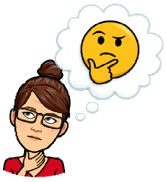
8. Avec des jetons, on construit une succession de figures ; voici les quatre premières :



Modélise, à l'aide d'une suite récurrente, le nombre de jetons de chaque figure.

9. *Google Form* : « Suites numériques »
https://forms.gle/viv7pPJeecKFiimy5

__Pour chercher :__



1. La suite (v_n) vérifie, $\forall n \in \mathbb{N}_0$, $v_{n+1} = v_n + n - 3$.

   Prouve que, quel que soit le terme v_1, on a $v_3 = v_4$, $v_2 = v_5$ et $v_1 = v_6$.

2. Virginie s'intéresse à une suite de nombres qu'elle crée en utilisant la formule suivante : $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{m+n} = a_m + a_n + m.n \end{cases}$.

   Combien vaut a_{100} ?

3. Suite d'Aronson

   Version anglaise :

   « *t* is *t*he firs*t*, four*t*h, eleven*t*h, …, le*tt*er of *t*his sen*t*ence. »

   1, 4, 11, 16, 24, 29, 33, 35, 39,…

   Version française :

   « *m* est la pre*m*ière, la dixiè*m*e, la vingt-deuxiè*m*e, …, lettre de cette phrase. »

   1, 10, 22, 37, 53, …

   Détermine les dix termes suivants.