UAA 2 : Les suites
Solutions

B. Détermination d'une suite

1. Soit la suite déterminée par $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 3n - 2 \end{cases}$.

   Détermine les quatre premiers termes de cette suite.

   $u_1 = 1$

   $u_2 = 3.2 - 2 = 4$

   $u_3 = 3.3 - 2 = 7$

   $u_4 = 3.4 - 2 = 10$

2. Soit la suite (u_n) déterminée par récurrence par $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = u_{n-1}.(1 - u_{n-1}) \end{cases}$.

   (1) Détermine les cinq premiers termes de cette suite.

   $u_1 = 2$

   $u_2 = u_1.(1 - u_1) = 2.(1 - 2) = -2$

   $u_3 = u_2.(1 - u_2) = -2.(1 + 2) = -6$

   $u_4 = u_3.(1 - u_3) = -6.(1 + 6) = -42$

   $u_5 = u_4.(1 - u_4) = -42.(1 + 42) = -1806$

   (2) Exprime le terme général en fonction de n dans le cas où le premier terme de cette suite est 0.

   Si le premier terme vaut 0, le deuxième aussi, ainsi que tous les termes suivants. Ainsi $u_n = 0$

3. Soit la suite de nombres 5 ; 9 ; 13 ; 17 ; …

   Donne la formule de récurrence de cette suite et le terme général.

   On ajoute 4 pour passer d'un terme au suivant ➔ Formule de récurrence : $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_n = u_{n-1} + 4 \end{cases}$

   Il n'y a pas (encore) de méthode précise, on cherchant/réfléchissant, on trouve le terme général : $u_n = 4n + 1$

4. Soit la suite déterminée par $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = 2 \\ u_n = 6.u_{n-1} - 5.u_{n-2} \end{cases}$.

   Calcule u_3, u_4 et u_5.

   $u_3 = 6.u_2 - 5.u_1 = 6.2 - 5.1 = 7$
   $u_4 = 6.u_3 - 5.u_2 = 6.7 - 5.2 = 32$
   $u_5 = 6.u_4 - 5.u_3 = 6.32 - 5.7 = 157$

5. On considère la suite (u_n) définie par récurrence par $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_n = \dfrac{n + u_{n-1}}{2} \end{cases}$.

   (1) Détermine les cinq premiers termes de cette suite.

   $u_1 = 0$

   $u_2 = \dfrac{2 + u_1}{2} = \dfrac{2 + 0}{2} = 1$

   $u_3 = \dfrac{3 + u_2}{2} = \dfrac{3 + 1}{2} = 2$

   $u_4 = \dfrac{4 + u_3}{2} = \dfrac{4 + 2}{2} = 3$

   $u_5 = \dfrac{5 + u_4}{2} = \dfrac{5 + 3}{2} = 4$

   (2) Donne le terme général.

   Chaque terme correspondant à son numéro de place diminué d'une unité

   ➔ Terme général : $u_n = n - 1$

6. On considère la suite (u_n) définie par $u_n = -3n+5$. Donne l'expression en fonction de n de : $u_{n+1}, u_n+1, u_{n+2}, u_{2n}, u_{n^2}, u_{2n+1}$.

$u_{n+1} = -3(n+1)+5 = -3n-3+5 = -3n+2$

$u_n + 1 = -3n+6$

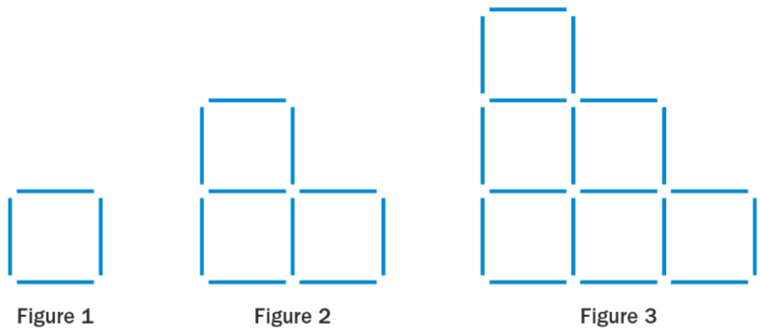
$u_{n+2} = -3n-1$

$u_{2n} = -6n+5$

$u_{n^2} = -3n^2+5$

$u_{2n+1} = -6n+2$

7. Avec des bâtons identiques, on réalise les figures représentées ci-dessous :



(1) On note b_n le nombre de bâtons nécessaires pour construire la figure *n*, où *n* est un naturel non nul.

Recherche b_5.

Il faut 4 bâtons pour la figure 1, 10 pour la figure 2 et 18 pour la figure 3.

On comptera qu'il en faut 28 pour la figure 4 et que $b_5 = 40$.

(2) Recherche une expression de b_{n+1} en fonction de b_n.

On ajoute 6 unités pour passer de b_1 à b_2.

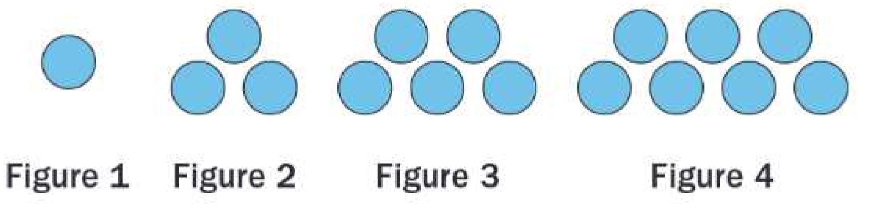
On ajoute 8 unités pour passer de b_2 à b_3.

On ajoute 10 unités pour passer de b_3 à b_4 .

On ajoute 12 unités pour passer de b_4 à b_5.

➔ $b_{n+1} = b_n + 2n + 4$

8. Avec des jetons, on construit une succession de figures ; voici les quatre premières :



Modélise, à l'aide d'une suite récurrente, le nombre de jetons de chaque figure.

On ajoute 2 jetons pour passer d'une figure à la suivante ➔ $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$