# D. Suites géométriques

## 1. Le triangle magique

*Etape 1 :* *Trace un triangle quelconque le plus grand possible sur une feuille A4.*

*Etape 2 :* *Repère le milieu de chaque côté du triangle.*
*Trace les segments reliant ces milieux.*
*Colorie le triangle central obtenu.*
*Relève le nombre de triangles non coloriés.*

*Etape 3 :* *Pour chaque triangle* non colorié, répète les consignes de l'étape 2.

*Quel est le nombre de triangles non coloriés si on répète 10 fois l'étape 2 ?*

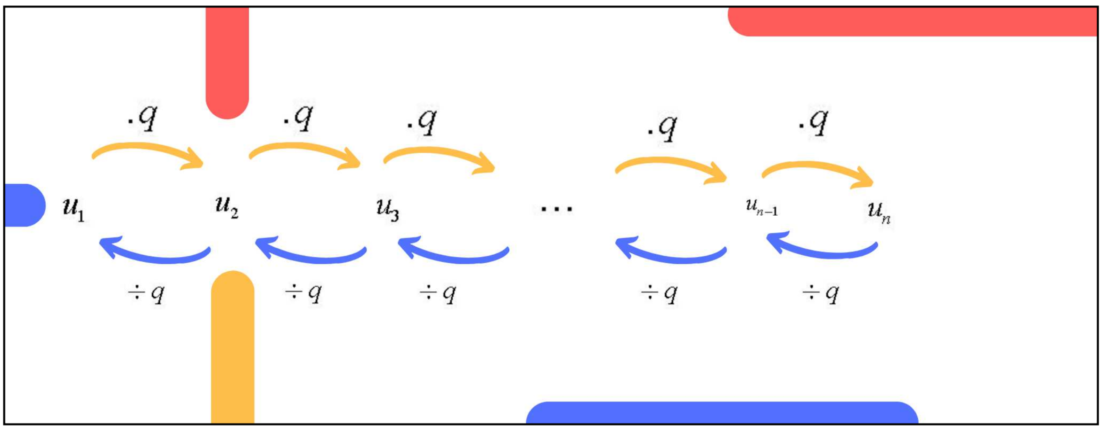
## 2. Vocabulaire

Une suite $(u_n)$ est une **suite géométrique** lorsqu'il existe un réel $q$ $(q \neq 0$ et $q \neq 1)$ tel que,

$$\forall n \in \mathbb{N}_0,\ u_n = u_{n-1}.q\,.$$

Autrement dit, une suite est géométrique si le rapport entre deux termes consécutifs est constant. Chacun de ses termes, à partir du deuxième, est le ***produit*** du terme précédent par un réel constant non nul et différent de 1.

Le réel $q$ est appelé **raison** de la suite.




Remarque : On se limitera souvent aux suites de raison strictement positive.

## *3. Propriétés*

### (1) Comment reconnaître qu'une suite est géométrique ?

Graphiquement, une suite géométrique de raison positive est représentée par un ensemble de points isolés. L'allure de la courbe varie en fonction du signe du premier terme et de la valeur de la raison.

Exemple : Représentons le graphique des suites géométriques

- $(u_n)$ de premier terme 2 et de raison $q = 1,2$
- $(v_n)$ de premier terme 6 et de raison $q = 0,6$
- $(s_n)$ de premier terme $-2$ et de raison $q = 1,2$
- $(t_n)$ de premier terme $-6$ et de raison $q = 0,6$

Conclusion :

| | $q < 0$ | $0 < q < 1$ | $q = 1$ | $q > 1$ |
|---|---|---|---|---|
| $u_1 > 0$ | | | | |
| $u_1 < 0$ | | | | |

Algébriquement, pour montrer qu'une suite est géométrique, lorsqu'on connaît le terme général de la suite, on montre que le quotient de deux termes consécutifs est un réel : $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \text{constante}$. De plus, cette constante est la raison de la suite géométrique.

Exemple : La suite $(u_n)$ définie par $u_n = 4 \times 3^n$ est géométrique car…

### (2) Comment déterminer le terme général $u_n$ d'une suite géométrique dont on connaît le premier terme $u_1$ et la raison *q* ?

Dans une suite géométrique, le terme général est donné par la formule :

$$\boxed{u_n = u_1 \times q^{n-1}}$$

Exercice : Calcule le 8$^{\text{ème}}$ terme d'une suite géométrique de premier terme $u_1 = 3$ et de raison $q = 4$.

### (3) Comment calculer la somme $S_n$ des $n$ premiers termes d'une suite géométrique ?

D'où $\boxed{S_n = \qquad\qquad}$

Somme des n premiers termes d'une suite geometrique

https://bit.ly/3kF2fby

Exemple : Soit la suite 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; … Calculons la somme des 9 premiers termes de cette suite géométrique.