LES SUITES

Suites arithmétiques et géométriques

C. SCOLAS

https://bit.ly/3XwRLjb

1. Détermine le douzième terme et la somme des 12 premiers termes…
   (1) d'une suite arithmétique de raison -2,5 et de premier terme 28.

   (2) d'une suite arithmétique de raison 2,5 et de premier terme -28 .

2. Détermine toutes les valeurs de y pour que $6; y+2; 2y+3$ soient trois termes consécutifs d'une suite géométrique.

3. Calcule $-3+5+13+21+...+125$.

4. On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 6}{u_n + 2} \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}_0$.

   On considère la suite (v_n) définie pour tout naturel non nul par $v_n = \dfrac{u_n - 2}{u_n + 3}$.

   Démontre rigoureusement que la suite (v_n) est une suite géométrique.

5. Détermine 4 nombres qui forment une progression géométrique, de raison positive, dont la somme des deux premiers termes est 28 et dont la somme des deux derniers termes est 196.

6. Démontre que les 3 nombres suivants sont en progression arithmétique :

$$\frac{a}{1+a}, \frac{2a+1}{1+a}, \frac{3a+2}{1+a}$$

7. Détermine trois nombres en progression arithmétique tels que leur somme est 15 et la somme de leurs carrés est 93.

8. Une feuille de papier a une épaisseur de 0,15 mm. On note e_1 cette épaisseur.

   On plie la feuille en deux et on obtient alors une épaisseur de papier $e_2 = 0,3$ mm. Puis on plie une 2e fois, une 3e fois, … et on note $e_3, e_4, \ldots$ les épaisseurs respectivement obtenues.

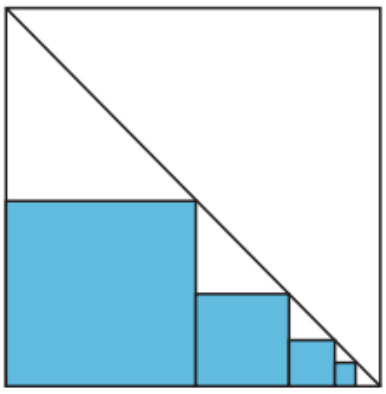
   (1) Quelle est la nature de la suite (e_n) ?

   (2) Calcule e_3, e_4, e_5.

   (3) Exprime e_n en fonction de *n*.

   (4) En supposant que cela soit possible, quelle serait l'épaisseur de papier après 20 pliages ?

9. On a un carré de 10 cm de côté. A l'intérieur de ce carré, on construit d'autres carrés plus petits comme indiqué sur la figure ci-contre : le plus grand des carrés grisés a un côté égal à la moitié de celui du carré initial et les suivants ont toujours un côté égal à la moitié du précédent.

   On note c_n le côté du n^{ème} carré construit dans le grand carré et a_n son aire.

   (1) Donne la nature des suites (c_n) et (a_n) et précise leur premier terme et leur raison.

   (2) Calcule la somme des aires des *n* premiers carrés (zone grisée) et montre qu'elle est inférieure au tiers de l'aire du grand carré.