

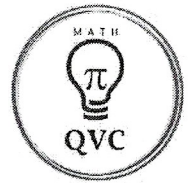
LES SUITES

Suites arithmétiques et géométriques

C. SCOLAS



<https://bit.ly/3XwRLjb>



1. Détermine le douzième terme et la somme des 12 premiers termes...

(1) d'une suite arithmétique de raison $-2,5$ et de premier terme 28 .

$$u_{12} = \frac{1}{2}$$

$$S_{12} = 171$$

(2) d'une suite arithmétique de raison $2,5$ et de premier terme -28 .

$$u_{12} = -\frac{1}{2}$$

$$S_{12} = -171$$

2. Détermine toutes les valeurs de y pour que $6; y+2; 2y+3$ soient trois termes consécutifs d'une suite géométrique.

$$y = 4 \pm \sqrt{30}$$

3. Calcule $-3+5+13+21+\dots+125$.

$$S_{17} = 1037$$

4. On considère la suite (u_n) définie par
$$\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 6}{u_n + 2} \quad \forall n \in \mathbb{N}_0 \end{cases}$$

On considère la suite (v_n) définie pour tout naturel non nul par $v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 3}$.

Démontre rigoureusement que la suite (v_n) est une suite géométrique.

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = -\frac{1}{4} \in \mathbb{R}$$

5. Détermine 4 nombres qui forment une progression géométrique, de raison positive, dont la somme des deux premiers termes est 28 et dont la somme des deux derniers termes est 196.

Les 4 nombres sont 7,68; 20,32; 53,76 et 142,24.

6. Démontre que les 3 nombres suivants sont en progression arithmétique :

$$\frac{a}{1+a}, \frac{2a+1}{1+a}, \frac{3a+2}{1+a}$$

Il faut montrer que
 $u_2 - u_1 = u_3 - u_2$

7. Détermine trois nombres en progression arithmétique tels que leur somme est 15 et la somme de leurs carrés est 93.

Il y a 2 possibilités :
 $\triangleright$ Les nombres sont 2; 5; 8.
 $\triangleright$ Les nombres sont 8; 5; 2.

8. Une feuille de papier a une épaisseur de 0,15 mm. On note e_1 cette épaisseur.

On plie la feuille en deux et on obtient alors une épaisseur de papier $e_2 = 0,3$ mm.

Puis on plie une 2^e fois, une 3^e fois, ... et on note $e_3, e_4, \dots$ les épaisseurs respectivement obtenues.

- (1) Quelle est la nature de la suite (e_n) ?

(e_n) est une suite géométrique

- (2) Calcule e_3, e_4, e_5 .

$$e_3 = 0,6$$

$$e_4 = 1,2$$

$$e_5 = 2,4$$

- (3) Exprime e_n en fonction de n .

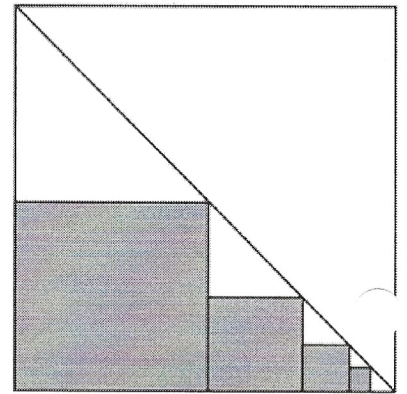
$$e_n = 0,15 \cdot 2^{n-1}$$

- (4) En supposant que cela soit possible, quelle serait l'épaisseur de papier après 20 pliages ?

Après 20 pliages, le papier aura une épaisseur de 157 286,4 mm.

9. On a un carré de 10 cm de côté. A l'intérieur de ce carré, on construit d'autres carrés plus petits comme indiqué sur la figure ci-contre : le plus grand des carrés grisés a un côté égal à la moitié de celui du carré initial et les suivants ont toujours un côté égal à la moitié du précédent.

On note c_n le côté du $n^{\text{ème}}$ carré construit dans le grand carré et a_n son aire.



- (1) Donne la nature des suites (c_n) et (a_n) et précise leur premier terme et leur raison.

(c_n) est une SG de premier terme 5 et de raison $\frac{1}{2}$.

(a_n) est une SG de premier terme 25 et de raison $\frac{1}{4}$.

- (2) Calcule la somme des aires des n premiers carrés (zone grisée) et montre qu'elle est inférieure au tiers de l'aire du grand carré.

Il faut montrer que $S_n < \frac{1}{3} \cdot 10^2$.