

## 5. Exercices



Tous les



exercices sont à faire sans calculatrice !

<https://bit.ly/3sJ0tvE>

1. Calcule la valeur exacte des nombres suivants :

(1)  $\sin 15^\circ$

(4)  $\sin 435^\circ$

(2)  $\cos \frac{5\pi}{12}$

(5)  $\tan \frac{7\pi}{12}$

(3)  $\tan 75^\circ$

2. Calcule  $\tan(a+b)$  sachant que  $\tan a = \frac{1}{2}$  et  $\tan b = \frac{1}{3}$  ( $0 < a < \frac{\pi}{2}$ ,  $0 < b < \frac{\pi}{2}$ ).

Déduis-en la valeur de l'angle  $a+b$ .

3. Calcule  $\tan(a+b)$  sachant que  $\tan a = \frac{n}{n+1}$  et  $\tan b = \frac{1}{2n+1}$ .

4. Calcule les nombres trigonométriques de  $a+b$  sachant que  $\sin a = \frac{12}{13}$ ,  $a \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ ,  
 $\cos b = -\frac{4}{5}$  et  $b \in \left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ .

5. On donne  $\sin a = \frac{3}{5}$  ( $0 < a < \frac{\pi}{2}$ ).

(1) Calcule  $\sin 2a$ ,  $\cos 2a$  et  $\tan 2a$ .

(2) A quel quadrant appartient  $2a$  ? Justifie ta réponse.

6. Calcule  $\sin 2a$ ,  $\cos 2a$  et  $\tan 2a$  sachant que  $\tan a = \frac{5}{3}$  et que  $\pi < a < \frac{3\pi}{2}$ .

7. Vérifie les identités trigonométriques suivantes :

(1)  $(\sin a + \sin b)^2 + (\cos a + \cos b)^2 = 2 + 2\cos(a-b)$

(2)  $\sin a \cdot \cos a - \sin b \cdot \cos b = \cos(a+b) \cdot \sin(a-b)$

(3)  $\cos^4 a - \sin^4 a = \cos 2a$

$$(4) \quad \cos 2a.(1 + \tan a.\tan 2a) = 1$$

$$(5) \quad \frac{1 - \tan a.\cot 2a}{1 + \tan a.\cot 2a} = \frac{\sin a}{\sin 3a}$$

$$(6) \quad \sin 2a + 2.\sin 4a + \sin 6a = 4.\sin 4a.\cos^2 a$$

$$(7) \quad \cos 2a + \cos 4a + \cos 6a = \cos 4a.(2 \cos a + 1).(2 \cos a - 1)$$

$$(8) \quad \sin 5a.\sin a = \sin^2 3a - \sin^2 2a$$

$$(9) \quad \frac{\sin 5a + \sin 3a}{\cos 3a + \cos a} = 2 \sin 2a$$

$$(10) \quad \tan 9^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 81^\circ = 4 \quad (\text{ULB, 2012})$$

Pour chercher :

1. Vérifie les identités suivantes :

$$\tan \left( 45^\circ - \frac{a}{2} \right) = \frac{1 - \sin a}{\cos a} = \frac{\cos a}{1 + \sin a}$$

(Examen d'admission, ULg, 2001)

2. (1) Démontre que  $\operatorname{cosec} a = \cot \frac{a}{2} - \cot a$ .

(2) Calcule l'expression suivante :  $\operatorname{cosec} a + \operatorname{cosec} 2a + \operatorname{cosec} 4a + \operatorname{cosec} 8a$ .

Rappel :  $\operatorname{cosec} a = \frac{1}{\sin a}$

(Examen d'admission, ULg, 2002)