

# UAA 5 : Fonctions trigonométriques

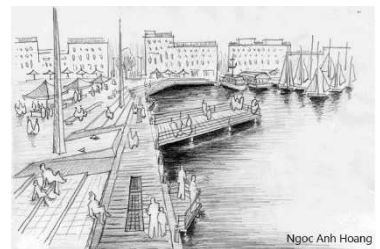
## Solutions

### H. Problèmes

#### 1. Entrée au port

Dans le port, la hauteur  $h$  de l'eau varie avec les marées. Hier, cette hauteur a pu être modélisée par la fonction  $h(t) = 2,5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 5$ .

La hauteur  $h$  est exprimée en mètres et  $t$  est le nombre d'heures après minuit.



- (1) Une jauge à l'entrée du port indique le niveau de l'eau. A quelles heures le niveau de l'eau avait-il atteint 4 m ?

A 6,79 h ; 11,21 h ; 18,79 h et 23,21 h.

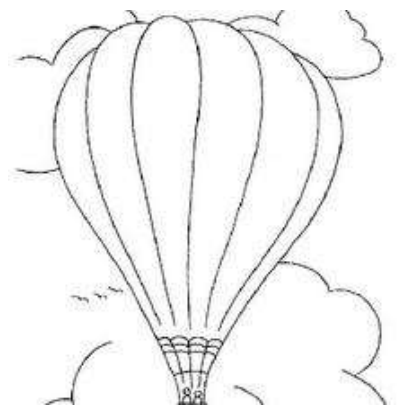
- (2) Un bateau ne peut rentrer au port ou en sortir que si le niveau d'eau est supérieur à 6 m. De combien de temps disposait-il dans la journée d'hier pour effectuer l'une de ces manœuvres ?

Il disposait de 4h43, à deux reprises.

#### 2. Altitude d'une montgolfière

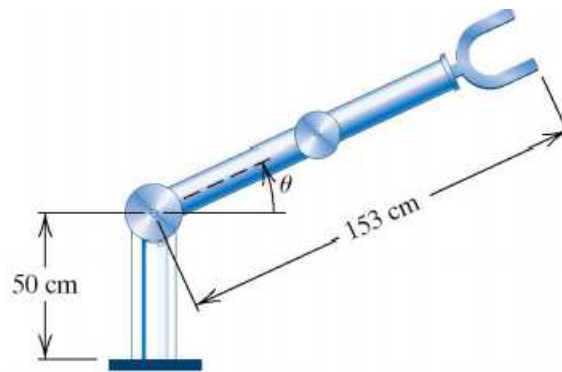
Aurore et Pierre observent l'envol d'une montgolfière à bord de laquelle se trouve l'un de leurs copains. Aurore et Pierre se sont placés à 100 m du point d'envol et la montgolfière s'est élevée verticalement. Lorsque le bas de la nacelle est à 50 m d'altitude, ils l'aperçoivent sous un angle  $\alpha$ . Le ballon poursuit son ascension verticale.

De combien de mètres a-t-il progressé lorsqu'ils voient le bas de la nacelle sous un angle  $2\alpha$  ? On suppose que les yeux des observateurs sont situés à 1,60 m du sol.



### 3. Les fonctions trigonométriques pour la conception de robots industriels

Supposons que l'articulation de l'épaule d'un robot soit motorisée de façon à ce que l'angle  $\theta$  augmente à une vitesse constante de  $\frac{\pi}{12}$  radians par seconde à partir d'un angle initial  $\theta = 0$ . Supposons que l'articulation du coude est maintenue rigide et que le bras a une longueur constante de 153 centimètres, comme sur la figure.



- (1) Suppose que  $h = 50$  cm si  $\theta = 0$ . Construis le tableau de valeur de la hauteur  $H$  de la main du robot et de l'angle  $\theta$ , en fonction du temps, chaque seconde, lorsque  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ . Déduis-en une expression de  $H(t)$ , représentant la hauteur de la main du robot en fonction du temps  $t$  (en secondes).
- (2) Après combien de temps, entre 0 et 6 secondes, la hauteur de la main est-elle de 170 cm ?
- (3) Détermine la distance totale parcourue par la main entre  $\theta = 0$  et  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

#### **4. Chaud et froid**

L'ensemble des relevés de température au cours d'une journée se prête parfois à une modélisation par une fonction de la forme  $f(t) = A \sin(\omega t + \varphi) + b$ , dans laquelle  $t$  est le temps exprimé en heures et  $f(t)$  la température en degrés Celsius. Dans ce cas, minuit correspond à  $t = 0$  et on suppose que la température décroît dans les premières heures des relevés.

1. Quelle est la fonction qui modélise l'évolution de la température d'une journée durant laquelle le maximum est de  $10^\circ\text{C}$  et le minimum, atteint à 3 h, est de  $-2^\circ\text{C}$  ?
2. Quelle était la température à minuit ?
3. Pendant combien de temps a-t-il gelé ?
4. Pendant quelles périodes de la journée a-t-on eu une température supérieure à  $8^\circ\text{C}$  ?