

NOMBRES COMPLEXES

Forme trigonométrique et racines $n^{\text{ème}}$

C. SCOLAS



<https://bit.ly/44bfZTB>



1. Détermine la forme trigonométrique des nombres complexes suivants :

(1) $z = 3 + 3i$

(2) $z = -1 - \sqrt{3}i$

(3) $z = -\frac{4}{3}i$

(4) $z = -2$

(5) $z = (2 + i)(3 - 5i)$

2. Détermine la forme algébrique des nombres suivants :

(1) Nombre de module 2 et d'argument $\frac{\pi}{3}$

$$(2) \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^3$$

$$(3) \frac{(1+i)^9}{(1-i)^7}$$

$$(4) \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2} \right)^{2015}$$

3. Soit les nombres complexes $a = \sqrt{3} - i$, $b = 2 - 2i$ et $z = \frac{a^4}{b^3}$.

(1) Donne le module et un argument (en radians) de a , b , a^4 et b^3 .

(2) Donne la forme algébrique de a^4 et b^3 , puis de z .

(3) Calcule le module et un argument de z .

(4) Dédire des questions précédentes les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$ et de $\sin \frac{\pi}{12}$.

4. Détermine l'ensemble des complexes z tels que $(z+1) \cdot \frac{1}{z}$ soit réel.

5. Calcule les 5 racines 5^e du complexe $3-5i$. Donne-les sous forme algébrique et représente-les dans un plan de Gauss.

6. Calcule les racines cubiques de $\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}$.

7. Calcule les racines sixièmes de $\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}$.

8. Résous dans \mathbb{C} l'équation $z^4 = \frac{1-i}{1+i\sqrt{3}}$.