NOMBRES COMPLEXES

Opérations sur les nombres complexes

C. SCOLAS

https://bit.ly/44bfZTB

QVC

1. Ecris les nombres suivants sous leur forme algébrique :

(1) $(2+6i)+(9-2i)$ $= 7+4i$

(2) $(5+12i)(6+7i)$ $= 30+35i+72i-84$

$= -54+107i$

(3) $3(7-3i)+i(2+2i)$ $= 21-9i+2i-2$

$= 19-7i$

(4) $\frac{1}{3+i} \cdot \frac{3-i}{3-i} = \frac{3-i}{3+1} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}i$

(5) $\frac{4i}{(1+2i)^2} = \frac{4i}{1+4i-4} = \frac{4i}{-3+4i} \cdot \frac{-3-4i}{-3-4i}$

$= \frac{-12i+16}{9+16} = \frac{16}{25} - \frac{12}{25}i$

(6) $\frac{3+6i}{3-4i} \cdot \frac{3+4i}{3+4i} = \frac{9+12i+18i-24}{9+16}$

$= \frac{-15+30i}{25}$

$= -\frac{3}{5} + \frac{6}{5}i$

(7) $(3+i)\dfrac{3-2i}{5-i} = \dfrac{9-6i+3i+2}{5-i} = \dfrac{11-3i}{5-i}\cdot\dfrac{5+i}{5+i}$

$= \dfrac{55+11i-15i+3}{25+1} = \dfrac{58-4i}{26} = \dfrac{29}{13} - \dfrac{2}{13}i$

(8) $\left(\dfrac{1}{1-i}\right)^2 = \dfrac{1}{1-2i-1} = \dfrac{1}{-2i}\cdot\dfrac{i}{i} = \dfrac{i}{2} = \dfrac{1}{2}i$

2. Résous les équations suivantes :

(1) $(1+i)z = 1-i$

$z = \dfrac{1-i}{1+i}\cdot\dfrac{1-i}{1-i} = \dfrac{1-2i-1}{1+1} = -i$ $\qquad S = \{-i\}$

(2) $\dfrac{z-1}{z+1} = 2i \Leftrightarrow z-1 = 2iz+2i \Leftrightarrow z-2iz = 1+2i \Leftrightarrow z\cdot(1-2i) = 1+2i$

$\Leftrightarrow z = \dfrac{1+2i}{1-2i}\cdot\dfrac{1+2i}{1+2i}$

$\Leftrightarrow z = \dfrac{1+4i-4}{1+4}$

$\Leftrightarrow z = -\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}i$ $\qquad S = \{-\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}i\}$

(3) $z = 2\bar{z}+1+i$ $\qquad$ Soit $z = a+bi$

$\rightarrow a+bi = 2\cdot(a-bi)+1+i \Leftrightarrow a+bi = 2a+1+(1-2b)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2a+1 \rightarrow a = -1 \\ b = 1-2b \rightarrow b = 1/3 \end{cases}$

$S = \{-1+\dfrac{1}{3}i\}$