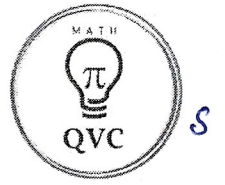


FONCTIONS EXPONENTIELLES ET LOGARITHMIQUES

Fonctions exponentielles

C. SCOLAS



1. Résous les (in)équations suivantes :

$$(1) \frac{1}{3} \cdot 9^{2x} = 27^{x^2}$$

$$S = \left\{ 1; \frac{1}{3} \right\}$$

$$(2) 5^{x-1} (25^{2x+2}) = 125^x$$

$$S = \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$$

$$(3) 3^{-2x+1} \cdot 3^{-2x-3} = 3^{-x}$$

$$S = \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$$

$$(4) 2^{2x} - 2 \cdot 2^x - 8 = 0$$

$$S = \{2, 4\}$$

$$(5) \frac{(e^x)^{x+5}}{e^7} - \frac{1}{e} = 0$$

$$S = \{1, -6\}$$

$$(6) e^x + e^{-x} - 3 = 0$$

$$S = \{ \pm 0,96 \}$$

$$(7) \left(\frac{1}{2}\right)^{4x+5} < \frac{1}{4}$$

$$S =]-\frac{3}{4}; \infty[$$

$$(8) \left(\frac{3}{2}\right)^{2x^2-4} \leq \frac{20}{45}$$

$$S = [-1, 1]$$

$$(9) 16^{4x-3} (4^{x+1}) - 1 > 0$$

$$S =]\frac{5}{9}i \rightarrow$$

$$(10) e^{\frac{2x-1}{3x+1}} > \frac{1}{e^2}$$

$$S = \leftarrow i - \frac{1}{3} [0] - \frac{1}{4} i \rightarrow$$

2. Calcule :

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{6n} = e^6$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^{4n-1} = e^{12}$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n+2} = \frac{1}{e}$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{4n}\right)^{2n} = \sqrt{e}$$

3. Détermine la dérivée de chaque fonction, en ne laissant pas d'exposant fractionnaire, ni négatif :

$$(1) f(x) = \frac{2x^2 - 4}{e^x}$$
$$f'(x) = \frac{-2x^2 + 4x + 4}{e^x}$$

$$(2) f(x) = e^{3\sqrt{x}}$$
$$f'(x) = e^{3\sqrt{x}} \cdot \frac{3}{2\sqrt{x}}$$

$$(3) f(x) = e^x (3x-1)$$

$$f'(x) = e^x \cdot (3x+2)$$

4. Détermine une équation réduite de la tangente (sous la forme $y = mx + p$) au graphe de la fonction $f(x) = e^{2x-4}$ au point d'abscisse 2.

$$T \equiv y = 2x - 3$$

5. Calcule les limites suivantes et donne-en une interprétation graphique :

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}} = 0 \quad \Rightarrow \text{Trou en } (0; 0)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot e^x (x+2)^3}{e^x - 1} = 8 \quad \Rightarrow \text{Trou en } (0; 8)$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^x} = -\infty \quad \Rightarrow \text{Au plus les abscisses diminuent, ou plus les images diminuent.}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x}{3^x} = 0$$

$$\Rightarrow AH_{+\infty} \equiv y = 0$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-x}}{x^2} = 0$$

$$\Rightarrow AH_{+\infty} \equiv y = 0$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(e^x - 1)}{x} = 1$$

$$\Rightarrow \text{Trou en } (0; 1)$$