FONCTIONS EXPONENTIELLES
ET LOGARITHMIQUES

Fonctions logarithmiques

C. SCOLAS

https://bit.ly/3YNUCog

S

1. Calcule, en indiquant les étapes :

   (1) $\ln e^3 - 2.\ln e =$ 1

   (2) $\log_{\frac{1}{2}} 4 =$ −2

   (3) $\log 5 + \log 2 =$ 1

   (4) $\log_3 36 - \log_9 16 =$ 2

2. Résous les (in)équations suivantes ; n'oublie pas les conditions d'existence :

   (1) $2\ln(x-3)+\ln(x-1)=\ln(2x-2)$ CE1 : $x > 3$ CE2 : $x > 1$ CE3 : $x > 1$

   $S = \{3+\sqrt{2}\}$

   (2) $\log_2(x-2)+\log_2(x+1)=2$ CE1 : $x > 2$ CE2 : $x > -1$

   $S = \{3\}$

(3) $3\ln^2(x-1)+4\ln(x-1)-4=0$ $\quad$ $CE1: x>1$

$S=\left\{\sqrt[3]{e^2}+1 ; \frac{1}{e^2}+1\right\}$

(4) $\log_2(x-1)=\log_4 3$ $\quad$ $CE: x>1$

$S=\left\{1+\sqrt{3}\right\}$

(5) $\dfrac{\log(16-x^2)}{\log(3x-4)}=2$ $\quad$ $CE1: -4<x<4$ $\quad$ $CE2: x>\frac{4}{3}$

$S=\left\{0 ; \frac{12}{5}\right\}$

(6) $\log_2(x+1)+4\log_4 x<1$ $\quad$ $CE1: x>-1$ $\quad$ $CE2: x>0$

$S=]0;1[$

(7) $\log(1-5x) \leq 2 + \log(2x-3)$ $\quad$ CE1 : $x < \frac{1}{5}$ $\quad$ CE2 : $x > \frac{3}{2}$

Les CE sont incompatibles.

$S = \emptyset$

(8) $\ln x - \ln 2 \leq \ln(1-3x)$ $\quad$ CE1 : $x > 0$ $\quad$ CE2 : $x < \frac{1}{3}$

$S =]0 ; \frac{2}{7}[$

(9) $\log_3\left(\frac{4x+1}{2x+9}\right) \geq 0$ $\quad$ CE : $x < -\frac{9}{2}$ ou $x > -\frac{1}{4}$

$S = \leftarrow ; -\frac{9}{2}[\cup [4 ; \rightarrow$

3. Détermine la dérivée de chaque fonction, en ne laissant pas d'exposant fractionnaire, ni négatif :

(1) $f(x)=3\ln x-\dfrac{2}{x}$

$f'(x)=\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^2}$

(2) $f(x)=\dfrac{\ln x}{\cos x}$

$f'(x)=\dfrac{\cos x+x.\ln x.\sin x}{x.\cos^2 x}$

(3) $f(x)=(x+1)^3.\ln(2x)$

$f'(x)=(x+1)^2.\left(3\ln(2x)+\dfrac{x+1}{x}\right)$

(4) $f(x)=\ln\left(\dfrac{2x+3}{3x+2}\right)$

$f'(x)=\dfrac{-5}{(3x+2)(2x+3)}$

4. Exprime l'expression suivante en fonction de $\log a$ et de $\log b$: $\log\left[\left(\dfrac{a}{b^2}\right)^3\cdot\sqrt[3]{\dfrac{a^2}{b}}\right]$.

$\dfrac{11}{3}\log a-\dfrac{19}{3}\log b$

5. Calcule les limites suivantes :

(1) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1+x^2)}{x^2} =$ 1

(2) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{x}}{\ln x} =$ $+\infty$

(3) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(x.\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\right) =$ 1

(4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\ln(1+x)}-\dfrac{1}{x}=$ $\dfrac{1}{2}$

(5) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\ln\left(e^{x}+1\right)}{x}=$ 1