DOMAINE DE DÉFINITION D'UNE FONCTION

(1) Explications :

Déterminer le domaine de définition d'une fonction f consiste à calculer toutes les valeurs de x qui ont une image par f.

Pour rechercher le domaine de définition d'une fonction, il faut se méfier des fractions et des racines carrées.

En se basant sur ces deux conditions, on peut rencontrer différentes fonctions dont on donne les conditions d'existence associées.

Fonctions	**Conditions d'existence**
$f(x)=\dfrac{N}{D}$	CE : $D\neq 0$
$f(x)=\sqrt{R}$	CE : $R\geq 0$
$f(x)=\dfrac{N}{\sqrt{D}}$	CE : $D>0$
$f(x)=\dfrac{\sqrt{N}}{D}$	CE1 : $N\geq 0$ CE2 : $D\neq 0$
$f(x)=\sqrt{\dfrac{N}{D}}$	CE1 : $\dfrac{N}{D}\geq 0$ CE2 : $D\neq 0$
$f(x)=\dfrac{\sqrt{N}}{\sqrt{D}}$	CE1 : $N\geq 0$ CE2 : $D>0$

<u>Remarque 1 :</u> On peut calculer la racine cubique de tous les nombres.

<u>Remarque 2:</u> Les fonctions tangente, cotangente et logarithmiques ont également un domaine de définition.

<u>Remarque 3 :</u> Il y a autant de conditions d'existence que de racines carrées !

Pose les conditions d'existence et détermine le domaine de définition des fonctions suivantes :

SÉRIE 1 (PREMIER DEGRÉ) :

	Solutions
(1) $f(x)=\sqrt{1-4x}$	$dom\, f=\left]-\infty;\frac{1}{4}\right]$
(2) $f(x)=\dfrac{5x+8}{\sqrt[3]{x+2}}$	$dom\, f=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$
(3) $f(x)=x^2-2x+1$	$dom\, f=\mathbb{R}$
(4) $f(x)=\dfrac{\sqrt{3x+5}}{\sqrt{4-2x}}$	$dom\, f=\left[-\frac{5}{3};2\right[$
(5) $f(x)=\dfrac{\sqrt{3x+4}}{\sqrt[3]{x-1}}$	$dom\, f=\left[-\frac{4}{3};1\right[\cup\left]1;+\infty\right[$
(6) $f(x)=\dfrac{2x+2}{9x^2-6x+1}$	$dom\, f=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\}$
(7) $f(x)=\dfrac{3x+4}{2x^2-8x}$	$dom\, f=\mathbb{R}\setminus\{0;4\}$
(8) $f(x)=\dfrac{\sqrt{4x-8}}{\sqrt{1-x}}$	$dom\, f=\varnothing$
(9) $f(x)=\dfrac{\sqrt{3-x}}{\sqrt[3]{4-x}}$	$dom\, f=\left]-\infty;3\right]$
(10) $f(x)=\dfrac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{3x-6}}$	$dom\, f=\left]2;+\infty\right[$
(11) $f(x)=\sqrt{\dfrac{5x+2}{x-4}}$	$dom\, f=\left]-\infty;-\frac{2}{5}\right]\cup\left]4;+\infty\right[$
(12) $f(x)=\dfrac{\sqrt{3x-9}}{\sqrt{x+1}}$	$dom\, f=\left[3;+\infty\right[$
(13) $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{x+1}}{3x+12}$	$dom\, f=\mathbb{R}\setminus\{-4\}$

SÉRIE 2 (SECOND DEGRÉ) :

	Solutions
(1) $f(x)=2x^2-3x+1$	$dom\, f=\mathbb{R}$
(2) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-5x+6}$	$dom\, f=\mathbb{R}\setminus\{2;3\}$
(3) $f(x)=\sqrt{3x^2+2x+1}$	$dom\, f=\mathbb{R}$
(4) $f(x)=\sqrt{1+2x-3x^2}$	$dom\, f=\left[-\dfrac{1}{3};1\right]$
(5) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$dom\, f=\left]-1;1\right[$
(6) $f(x)=\sqrt{\dfrac{4-x^2}{2+3x}}$	$dom\, f=\left]-\infty;-2\right]\cup\left]-\dfrac{2}{3};2\right]$
(7) $f(x)=\sqrt{4-x^2}-\sqrt{2+3x}$	$dom\, f=\left[-\dfrac{3}{2};2\right]$
(8) $f(x)=\dfrac{\sqrt{-x^2-2x+2}}{\sqrt{x+1}}$	$dom\, f=\left]-1;-1+\sqrt{3}\right]$
(9) $f(x)=\sqrt{\dfrac{-x^2-4}{x^2-6x+8}}$	$dom\, f=\left]2;4\right[$
(10) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2-7x-8}{x^3+3x^2+2x}}$	$dom\, f=\left]-2;-1\right[\cup\left]-1;0\right[\cup\left[8;+\infty\right[$
(11) $f(x)=\dfrac{x^2-5x+6}{\sqrt{x+1}-2}$	$dom\, f=\left]-1;3\right[\cup\left]3;+\infty\right[$
(12) $f(x)=\dfrac{1-\sqrt{x+2}}{\sqrt{25-x^2}}$	$dom\, f=\left[-2;5\right[$
(13) $f(x)=\dfrac{\sqrt{-x^2-2x+3}}{\sqrt{2x^2+9x+10}}$	$dom\, f=\left[-3;-\dfrac{5}{2}\right[\cup\left]-2;1\right]$