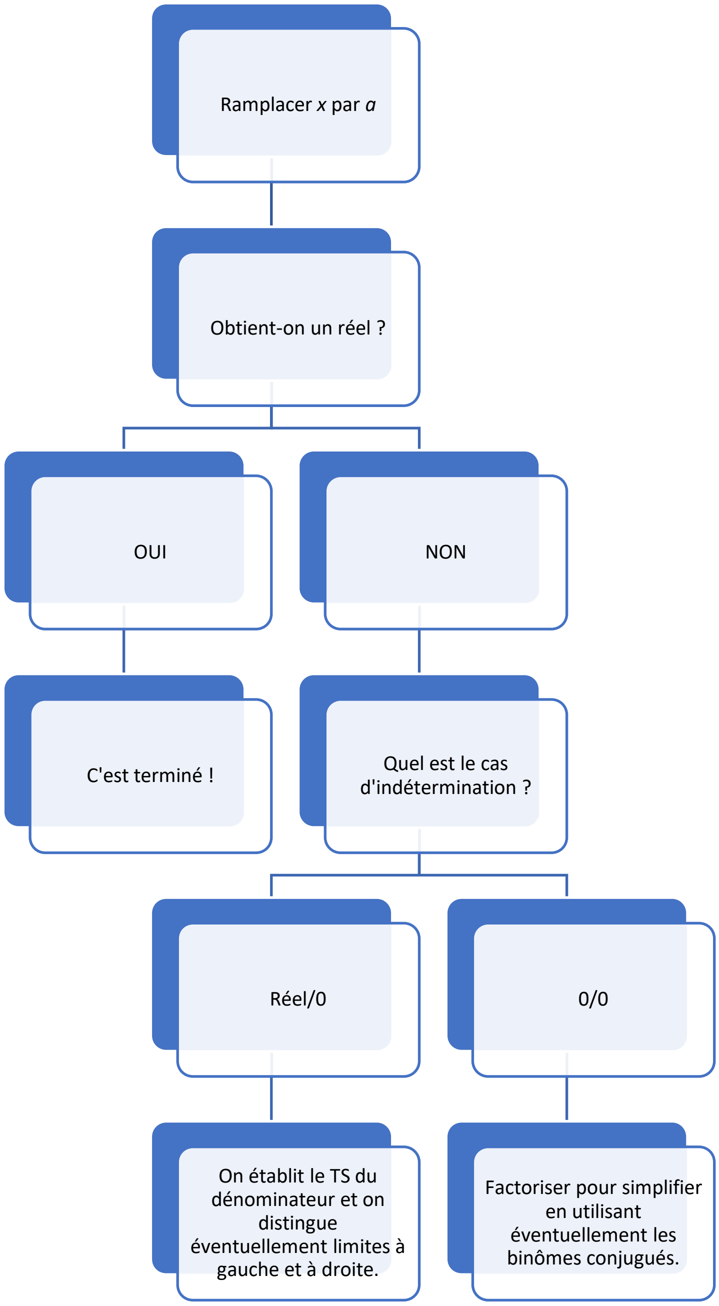
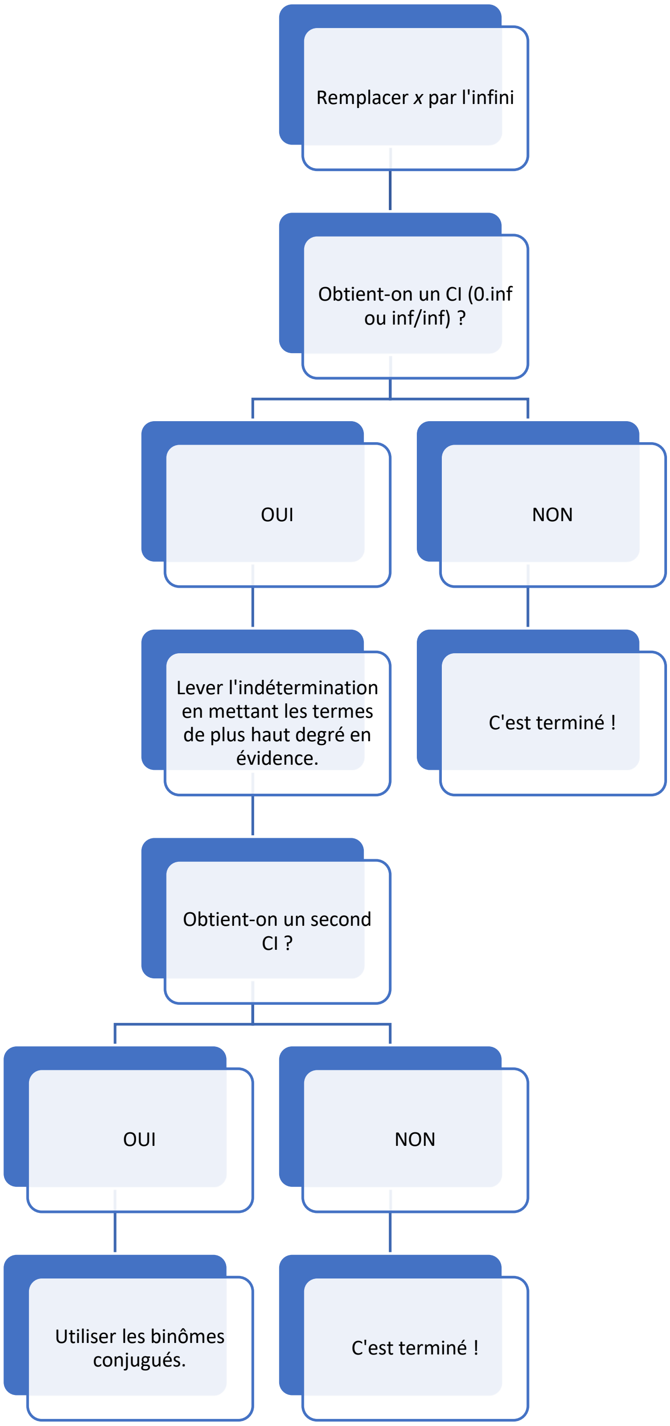
LIMITES ET ASYMPTOTES

(1) LIMITES ET TECHNIQUES

LIMITE EN UN RÉEL : $\lim\limits_{x \to a} f(x)$



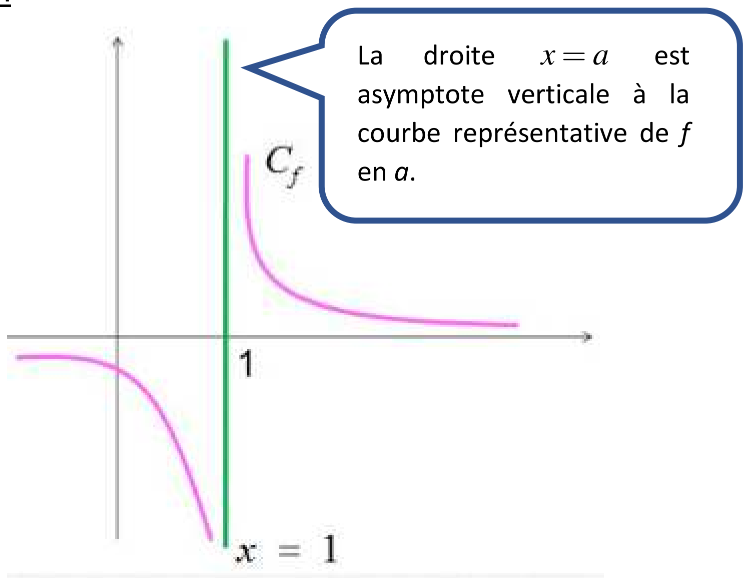
LIMITE EN L'INFINI : $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x)$



Asymptotes verticales :

Si $\lim_{x \to a} f(x) = \pm\infty$ où $a \notin dom\, f$ et a est adhérent à $dom\, f$, alors le graphique de *f* admet une asymptote verticale d'équation $x = a$.

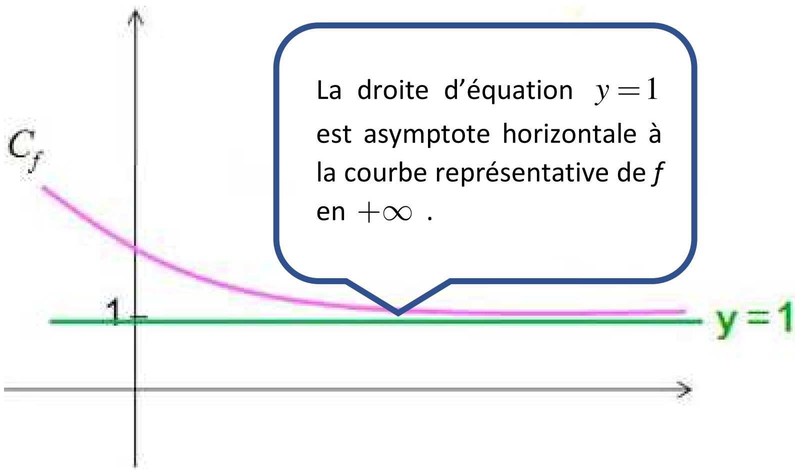
Exemple :



Asymptotes horizontales :

Si $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = b$ (pour autant que ces limites aient du sens) avec $b \in \mathbb{R}$, alors le graphique de *f* admet une asymptote horizontale d'équation $y = b$.

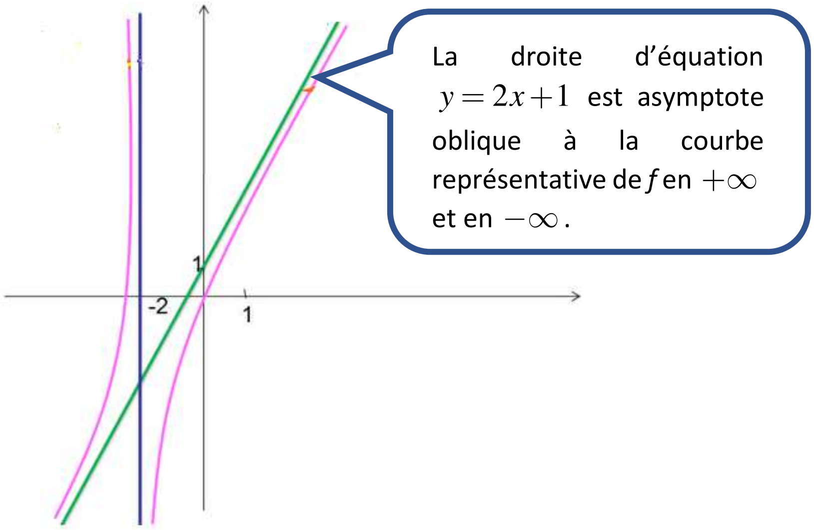
Exemple :



Asymptotes obliques :

Le graphique de *f* admet une asymptote oblique d'équation $y = ax + b$ si il ne possède pas d'asymptote horizontale, où $a = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et $b = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \left(f(x) - ax \right)$ avec $a \in \mathbb{R}_0$ et $b \in \mathbb{R}$.

Exemple :



(3) Exercices

1. Calcule les limites suivantes et donnes-en une interprétation graphique :

(1) $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{x^2 - 25}{x - 5}$

(2) $\lim\limits_{x \to -5} \dfrac{x^2 + 3x - 10}{x + 5}$

(3) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{-2x - 4}{x^3 + 2x^2}$

(4) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - x - 2}$

(5) $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{3x}$

(6) $\lim\limits_{x \to 8} \dfrac{\sqrt{x+1} - 3}{x^2 - 6x - 16}$

(7) $\lim\limits_{x \to 7} \dfrac{4}{(x - 7)^2}$

(8) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{-1}{x^2 (x + 1)}$

(9) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[3]{4x + 4} - 2}$

(10) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1}{x} \left(\dfrac{1}{3 + x} - \dfrac{1}{3} \right)$

(11) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+1}}{x}$

(12) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}$

(13) $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{\dfrac{x^5+2x^3+3x}{x^2+2x}}$

(14) $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{3x}{x^2-4x+4}\right)$

(15) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2-\sqrt[3]{7x+1}}{x-1}$

2. Calcule les limites suivantes et donnes-en une interprétation graphique :

(1) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x^2-5x-9}{2x^4+3x^3}$

(2) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x}\right)$

(3) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+2}}{3x-6}$

(4) $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\sqrt{x^2+x}+x\right)$

(5) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\sqrt{9x^2+3x+27}}{3x}$

(6) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^4+3x^2}-\sqrt{x^4-10x}\right)$

(7) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{6x+\sqrt{x^2-4x}}{2x+3}$

(8) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{(x+3)(x+4)(x+5)}{x^4+2x}$

(9) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{x^3}{x^2+2}-x\right)$

(10) $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(x^2-\dfrac{x^4-1}{x^2-2}\right)$

3. Pour chacune des fonctions suivantes, détermine le domaine de définition, calcule, si elles existent les limites en les réels qui adhèrent au domaine de définition sans lui appartenir. A défaut, calcule les limites à gauche et à droite correspondantes, si elles existent.

Ecris l'équation de toutes les asymptotes.

Esquisse un graphique possible.

(1) $f(x)=\dfrac{3x^2+4x-3}{x^2-1}$

(2) $f(x)=\dfrac{2}{x-1}+\dfrac{2}{x+1}+3$

(3) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^4-1}}{x-1}$