

Fiche synthèse 9 : Fonctions du premier degré

1. Définition

Une fonction du premier degré est une fonction dont le graphique est une droite.

2. Représentation

Une fonction peut se représenter de trois façons différentes :

- Un graphique (une droite) qui représente l'ensemble des points de coordonnées (x ; y) ;
- Un tableau de valeurs qui associe les valeurs de x et y
- Une expression analytique du type : $f(x) = m \cdot x + p$ ou $y = m \cdot x + p$

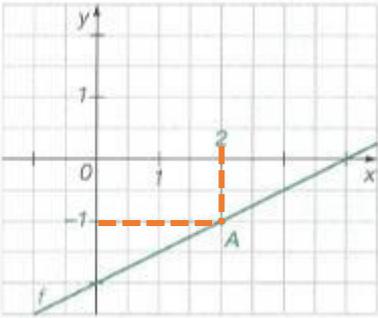
3. Notation

$f(x) = \dots$

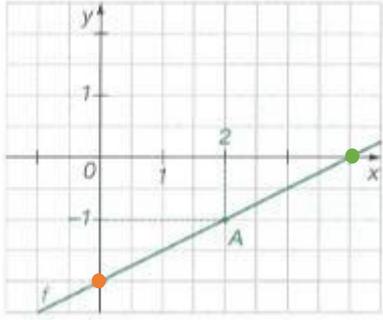
$f_1 : x \rightarrow y$

$d \equiv y = \dots$

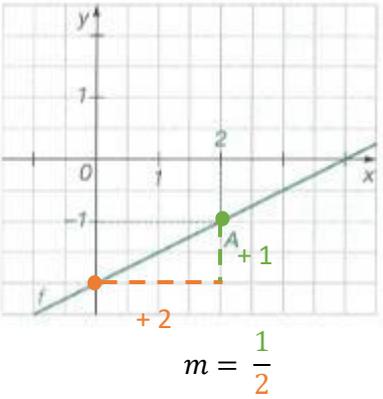
4. Image d'un réel par une fonction du premier degré

Graphiquement	Dans un tableau de valeurs	Algébriquement																						
	<table border="1" style="margin-bottom: 10px;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">-4</td> <td style="text-align: center;">-2</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">7</td> <td style="text-align: center;">9</td> </tr> </table> <table border="1" style="margin-bottom: 10px;"> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center;">f</th> </tr> <tr> <th style="text-align: center;">x</th> <th style="text-align: center;">y</th> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">-4</td> <td style="text-align: center;">-1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">-2</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">7</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">9</td> </tr> </table>	x	-4	-2	0	1	y	-1	3	7	9	f		x	y	-4	-1	-2	3	0	7	1	9	<p style="text-align: center;">$f(x) = 3x - 5$</p> <p>Si $x = 2$:</p> <p>$f(2) = 3 \cdot 2 - 5$ $f(2) = 6 - 5$ $f(2) = 1$</p> <p>J'ai un point de coordonnées (2 ; 1) par la fonction f.</p>
x	-4	-2	0	1																				
y	-1	3	7	9																				
f																								
x	y																							
-4	-1																							
-2	3																							
0	7																							
1	9																							
<p>Je me place sur la valeur de x dont je veux l'image.</p> <p>Je rejoins le graphique de la fonction perpendiculairement à l'axe des abscisses.</p> <p>Lorsque je croise le graphique, je cherche l'ordonnée du point d'intersection que j'ai trouvé.</p>	<p>Je cherche la colonne/la ligne correspondant à la valeur de x dont je veux l'image.</p> <p>Je prends l'ordonnée qui lui correspond.</p>	<p>Je remplace x par le réel dont je veux l'image.</p> <p>Je calcule la valeur d'y qui lui correspond.</p>																						

5. Ordonnée à l'origine et racines

	Graphiquement	Tableau de valeurs	Algébriquement																						
	 <p>OA0 : $y = -2$ Racine : $x = 3$</p>	<table border="1" data-bbox="774 336 1077 465"> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </table> <table border="1" data-bbox="774 542 1077 784"> <tr> <td colspan="2">f</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>y</td> </tr> <tr> <td>-2</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>6</td> </tr> </table> <p>OA0 : $y = 4$ Racine : $x = -2$</p>	x	-2	-1	0	1	y	0	2	4	6	f		x	y	-2	0	-1	2	0	4	1	6	<p>$f(x) = 3x - 5$</p> <p>Si $x = 0$:</p> <p>$f(0) = 3 \cdot 0 - 5$ $f(0) = -5$</p> <p>Mon OA0 est $y = -5$</p> <p>$f(x) = 3x - 5$</p> <p>Si $f(x) = 0$ ou $y = 0$</p> <p>$0 = 3 \cdot x - 5$ $5 = 3x$ $5/3 = x$</p> <p>Ma racine est $x = 5/3$</p>
x	-2	-1	0	1																					
y	0	2	4	6																					
f																									
x	y																								
-2	0																								
-1	2																								
0	4																								
1	6																								
OA0 (1)	<p>Je cherche le point d'intersection du graphique avec l'axe des ordonnées.</p> <p>Je note l'ordonnée de ce point.</p>	<p>Je cherche la colonne/ligne pour laquelle $x = 0$.</p> <p>Je note l'ordonnée de ce point.</p>	<p>Je remplace le x par 0 dans l'expression analytique.</p> <p>Je calcule la valeur de y qui lui correspond.</p> <p>L'ordonnée à l'origine correspond également au terme indépendant (p).</p>																						
Racine (0 ou 1)	<p>Je cherche le point d'intersection du graphique avec l'axe des ordonnées.</p> <p>Je note l'abscisse de ce point.</p>	<p>Je cherche la colonne/ligne pour laquelle $y = 0$.</p> <p>Je note l'abscisse de ce point.</p>	<p>Je remplace le y ou $f(x)$ par 0 dans l'expression analytique.</p> <p>Je résous l'équation et je trouve la valeur de x qui correspond.</p>																						

6. Pente

Graphiquement	Tableau de valeurs	Algébriquement																								
 <p style="text-align: center;">$m = \frac{1}{2}$</p>	<table border="1" style="margin-bottom: 10px;"> <tr> <td>f</td> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td></td> <td>y</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </table> <table border="1" style="margin-bottom: 10px;"> <tr> <th colspan="2">f</th> </tr> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> <tr> <td>-2</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>6</td> </tr> </table> $m = \frac{6 - 0}{1 - (-2)} = \frac{6}{3} = 2$	f	x	-2	-1	0	1		y	0	2	4	6	f		x	y	-2	0	-1	2	0	4	1	6	<p style="text-align: center;">$f(x) = -3x - 5$</p> <p style="text-align: center;">$m = -3$</p>
f	x	-2	-1	0	1																					
	y	0	2	4	6																					
f																										
x	y																									
-2	0																									
-1	2																									
0	4																									
1	6																									
<p>Je cherche deux points appartenant au graphique.</p> <p>Je détermine la différence entre les ordonnées de ces points.</p> <p>Je détermine également la différence entre leur abscisse.</p> <p>Je fais le rapport entre la différence des ordonnées (distance verticale) et la différence des abscisses (distance horizontale).</p>	<p>Je prends deux points de mon tableau de valeurs.</p> <p>Je fais le rapport entre la différence des ordonnées (distance verticale) et la différence des abscisses (distance horizontale).</p> $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	<p>Je prends le coefficient de x, cela me donne la valeur de ma pente.</p> <p>$f(x) = m \cdot x + P$</p>																								

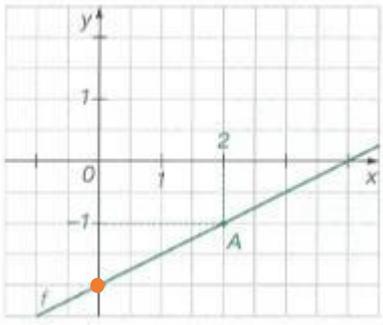
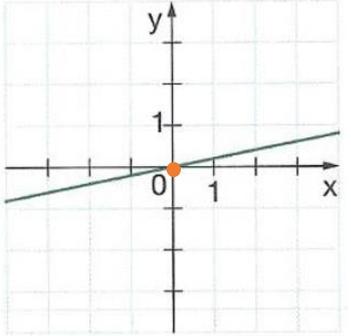
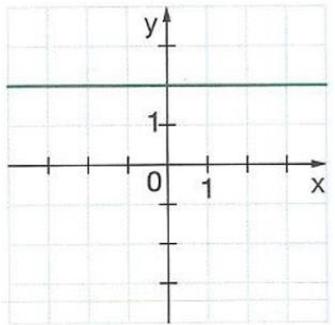
7. Perpendicularité et parallélisme de deux droites

Deux droites parallèles ont la même pente. ($m_1 = m_2$)

Deux droites perpendiculaires ont des pentes inverses et opposées. ($m_1 = \frac{-1}{m_2}$)

8. Type de fonctions

	$m = 0$	=> Fonction constante
Fonctions du premier degré	→ $m \neq 0$ et $p = 0$	=> Fonction linéaire
	→ $m \neq 0$ et $p \neq 0$	=> Fonction affine

	Graphiquement	Tableau de valeurs	Algébriquement																				
Fonction affine	 <p>$m \neq 0$ OAO : $y = -2$</p>	<table border="1" data-bbox="790 425 1085 560"> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </table> <table border="1" data-bbox="790 593 1085 795"> <tr> <th colspan="2">f</th> </tr> <tr> <td>x</td> <td>y</td> </tr> <tr> <td>-2</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>4</td> </tr> </table> <p>OAO : $y = 4$</p>	x	-2	-1	0	1	f	0	2	4	6	f		x	y	-2	0	-1	2	0	4	$f(x) = 3x - 5$ <i>Si $x = 0$:</i> $f(0) = 3 \cdot 0 - 5$ $f(0) = -5$ Mon OAO est $y = -5$ Et $m = 3$
x	-2	-1	0	1																			
f	0	2	4	6																			
f																							
x	y																						
-2	0																						
-1	2																						
0	4																						
Fonction linéaire	 <p>$m \neq 0$ OAO : $y = 0$</p>	<table border="1" data-bbox="790 862 1085 996"> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>-2</td> </tr> </table> <table border="1" data-bbox="790 1030 1085 1232"> <tr> <th colspan="2">f</th> </tr> <tr> <td>x</td> <td>y</td> </tr> <tr> <td>-2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> </tr> </table> <p>OAO : $y = 0$</p>	x	-2	-1	0	1	f	4	2	0	-2	f		x	y	-2	4	-1	2	0	0	$f(x) = 3x$ <i>Si $x = 0$:</i> $f(0) = 3 \cdot 0$ $f(0) = 0$ Mon OAO est $y = 0$ Et $m = 3$
x	-2	-1	0	1																			
f	4	2	0	-2																			
f																							
x	y																						
-2	4																						
-1	2																						
0	0																						
Fonction constante	 <p>$m = 0$ OAO : $y = 2$</p>	<table border="1" data-bbox="790 1288 1085 1422"> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>2</td> </tr> </table> <table border="1" data-bbox="790 1456 1085 1657"> <tr> <th colspan="2">f</th> </tr> <tr> <td>x</td> <td>y</td> </tr> <tr> <td>-2</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>2</td> </tr> </table> <p>$m = 0$ $p = 2$</p>	x	-2	-1	0	1	f	2	2	2	2	f		x	y	-2	2	-1	2	0	2	$f(x) = -5$ $m = 0$ $p = -5$
x	-2	-1	0	1																			
f	2	2	2	2																			
f																							
x	y																						
-2	2																						
-1	2																						
0	2																						

9. Croissance ou décroissance

Si $m > 0$: La fonction est croissante

Si $m = 0$: La fonction est constante

Si $m < 0$: La fonction est décroissante

10. Etapas pour trouver l'équation d'une droite :

- a) Déterminer la pente (m)
- b) Ecrire l'équation en remplaçant le « m » par sa valeur
- c) Chercher le « p » en remplaçant le x et le y (ou f(x)) dans l'équation trouvée en 2 par les coordonnées d'un point appartenant à la fonction.
- d) Ecrire l'équation finale en remplaçant le « m » et le « p » par leur valeur.