<u>Fiche synthèse 2 : Polynômes</u>

1. *<u>Vocabulaire</u>*

Un **monôme** est une expression de la forme : $\boldsymbol{ax^n}$ où a est un nombre réel (appelé **coefficient**), x est une lettre (appelé **variable**) et n est un entier naturel (appelé **exposant ou degré**).

Un **polynôme** est une **somme de monômes**.

Le **degré** du polynôme est l'**exposant** du monôme ayant le degré **le plus élevé**.

Un polynôme est **réduit** s'il ne comporte **plus de monômes semblables**.

Un polynôme est dit **complet** lorsque la variable est représentée à **toutes les puissances** égales et inférieures au degré du polynôme.

Un polynôme est **ordonné** si les **exposants** de la variable sont placés en **ordre croissant** ou **décroissant**.

Le **terme indépendant** d'un polynôme est le terme de **degré 0**.

2. *<u>Valeur numérique d'un polynôme</u>*

$A(x) = x^3 + 2x^2 - 3x – 5$

Exemple : $A(2) = 2^3 + 2.2^2 - 3.2 – 5 = 8 + 8 – 6 – 5 = 5.$

$A(-1) = (-1)^3 + 2.(-1)^2 - 3.(-1) – 5 = -1 + 2.1 + 3 - 5 = -1 + 2 + 3 – 5 = -1$

Lorsque je dois remplacer par un nombre négatif ou une fraction -> Je mets TOUJOURS des parenthèses

3. *<u>Addition/soustraction de polynômes</u>*

$A(x) = x^3 + 2x^2 - 3x – 5$ $B(x) = -2x^3 + 4x^2 + 7$

	Méthode 1 (parenthèses)	Méthode 2 (calcul écrit)
Addition	$A(x) + B(x) = (x^3 + 2x^2 - 3x – 5) + (-2x^3 + 4x^2 + 7)$ $= x^3 + 2x^2 - 3x – 5 – 2x^3 + 4x^2 + 7$ $= -x^3 + 6x^2 -3x + 2$	$x^3 + 2x^2 - 3x – 5$ $-2x^3 + 4x^2 + 0x + 7$ $-x^3 + 6x^2 -3x + 2$
Soustraction	$A(x) - B(x) = (x^3 + 2x^2 - 3x – 5) - (-2x^3 + 4x^2 + 7)$ $= x^3 + 2x^2 - 3x – 5 + 2x^3 - 4x^2 - 7$ $= 3x^3 - 2x^2 - 3x - 12$	$x^3 + 2x^2 - 3x – 5$ $+2x^3 - 4x^2 + 0x - 7$ $-x^3 + 6x^2 -3x + 2$

4. *Multiplication de polynômes*

A(x) = x^2 - 1 B(x) = $-2x^3 + 4x^2 + 7$

<table>
<tr><th></th><th>Méthode 1 (parenthèses/distributivité)</th><th>Méthode 2 (calcul écrit)</th></tr>
<tr><td>Multiplication</td><td>A(x) . B(x) = $(x^2 - 1) . (-2x^3 + 4x^2 + 7)$
$= -2x^5 + 4x^4 + 7x^2 + 2x^3 - 4x^2 - 7$
$= -2x^5 + 4x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 7$</td><td><table>
<tr><td>.</td><td>$-2x^3$</td><td>$4x^2$</td><td>0x</td><td>7</td></tr>
<tr><td>x^2</td><td>$-2x^5$</td><td>$4x^4$</td><td>0</td><td>$7x^2$</td></tr>
<tr><td>0x</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>-1</td><td>$2x^3$</td><td>$-4x^2$</td><td>0</td><td>-7</td></tr>
</table>A(x) . B(x) = $-2x^5 + 4x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 7$</td></tr>
</table>

⇨ Le degré du produit de deux polynômes est égal à la somme des degrés de chaque polynôme.

5. *Division de polynômes*

Seulement si on divise par un binôme du type (x – a)

A(x) = $x^2 + 4x - 5$ B (x) = x – 1

<table>
<tr><th></th><th>Méthode 1 (Division euclidienne)</th><th>Méthode 2 (Horner)</th></tr>
<tr><td>Division</td><td><table>
<tr><td>$x^2 + 4x - 5$
$-x^2 + x$
$5x - 5$
$-5x + 5$
0</td><td>$x - 1$
$x + 5$</td></tr>
</table></td><td><table>
<tr><td></td><td>1</td><td>4</td><td>-5</td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td>1</td><td>5</td></tr>
<tr><td></td><td>1</td><td>5</td><td>0</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

⇨ *Relation de la division euclidienne : D(x) = d(x) . Q(x) + R(x)*

A(x) = B(x) . Q(x) + R(x)

A(x) = (x - 1) . (x + 5) + 0

6. *Loi du reste*

La loi du reste permet de vérifier si un polynôme est divisible par (x – a)

⇨ Calcule la valeur numérique du polynôme en a, P(a) = reste de la division

Si P(a) = 0 -> Le polynôme est exactement divisible

Si P(a) ≠ 0 -> Le polynôme n'est pas exactement divisible