

Fiche synthèse 2 : Polynômes

1. Vocabulaire

Un **monôme** est une expression de la forme : **ax^n** où a est un nombre réel (appelé **coefficient**), x est une lettre (appelé **variable**) et n est un entier naturel (appelé **exposant** ou **degré**).

Un **polynôme** est une **somme de monômes**.

Le **degré** du polynôme est l'**exposant** du monôme ayant le degré **le plus élevé**.

Un polynôme est **réduit** s'il ne comporte **plus de monômes semblables**.

Un polynôme est dit **complet** lorsque la variable est représentée à **toutes les puissances** égales et inférieures au degré du polynôme.

Un polynôme est **ordonné** si les **exposants** de la variable sont placés en **ordre croissant** ou **décroissant**.

Le **terme indépendant** d'un polynôme est le terme de **degré 0**.

2. Valeur numérique d'un polynôme

$$A(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 5$$

Exemple : $A(2) = 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 - 5 = 8 + 8 - 6 - 5 = 5.$

$$A(-1) = (-1)^3 + 2 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) - 5 = -1 + 2 \cdot 1 + 3 - 5 = -1 + 2 + 3 - 5 = -1$$



Lorsque je dois remplacer par un nombre négatif ou une fraction -> Je mets TOUJOURS des parenthèses

3. Addition/soustraction de polynômes

$$A(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 5$$

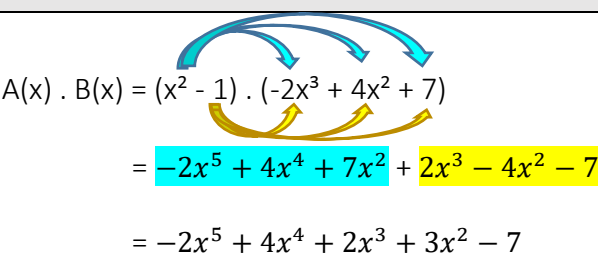
$$B(x) = -2x^3 + 4x^2 + 7$$

	Méthode 1 (parenthèses)	Méthode 2 (calcul écrit)
Addition	$\begin{aligned} A(x) + B(x) &= (x^3 + 2x^2 - 3x - 5) + (-2x^3 + 4x^2 + 7) \\ &= x^3 + 2x^2 - 3x - 5 - 2x^3 + 4x^2 + 7 \\ &= -x^3 + 6x^2 - 3x + 2 \end{aligned}$	$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 - 3x - 5 \\ -2x^3 + 4x^2 + 0x + 7 \\ \hline -x^3 + 6x^2 - 3x + 2 \end{array}$
Soustraction	$\begin{aligned} A(x) - B(x) &= (x^3 + 2x^2 - 3x - 5) - (-2x^3 + 4x^2 + 7) \\ &= x^3 + 2x^2 - 3x - 5 + 2x^3 - 4x^2 - 7 \\ &= 3x^3 - 2x^2 - 3x - 12 \end{aligned}$	$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 - 3x - 5 \\ +2x^3 - 4x^2 + 0x - 7 \\ \hline 3x^3 - 2x^2 - 3x - 12 \end{array}$

4. Multiplication de polynômes

$$A(x) = x^2 - 1$$

$$B(x) = -2x^3 + 4x^2 + 7$$

	Méthode 1 (parenthèses/distributivité)	Méthode 2 (calcul écrit)																				
Multiplication	 $A(x) \cdot B(x) = (x^2 - 1) \cdot (-2x^3 + 4x^2 + 7)$ $= -2x^5 + 4x^4 + 7x^2 + 2x^3 - 4x^2 - 7$ $= -2x^5 + 4x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 7$	<table><tr><td>.</td><td>$-2x^3$</td><td>$4x^2$</td><td>$0x$</td><td>7</td></tr><tr><td>x^2</td><td>$-2x^5$</td><td>$4x^4$</td><td>0</td><td>$7x^2$</td></tr><tr><td>$0x$</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>-1</td><td>$2x^3$</td><td>$-4x^2$</td><td>0</td><td>-7</td></tr></table> $A(x) \cdot B(x) = -2x^5 + 4x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 7$	.	$-2x^3$	$4x^2$	$0x$	7	x^2	$-2x^5$	$4x^4$	0	$7x^2$	$0x$	0	0	0	0	-1	$2x^3$	$-4x^2$	0	-7
.	$-2x^3$	$4x^2$	$0x$	7																		
x^2	$-2x^5$	$4x^4$	0	$7x^2$																		
$0x$	0	0	0	0																		
-1	$2x^3$	$-4x^2$	0	-7																		

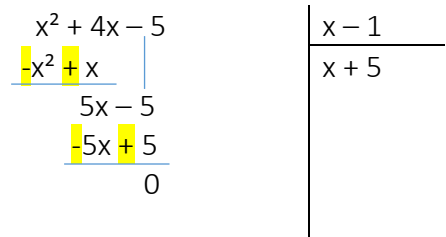
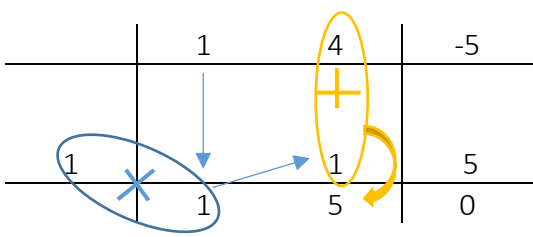
⇒ Le degré du produit de deux polynômes est égal à la somme des degrés de chaque polynôme.

5. Division de polynômes

$$A(x) = x^2 + 4x - 5$$

$$B(x) = x - 1$$

Seulement si on divise par un binôme du type $(x - a)$

	Méthode 1 (Division euclidienne)	Méthode 2 (Horner)
Division		

⇒ Relation de la division euclidienne : $D(x) = d(x) \cdot Q(x) + R(x)$

$$A(x) = B(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

$$A(x) = (x - 1) \cdot (x + 5) + 0$$

6. Loi du reste

La loi du reste permet de vérifier si un polynôme est divisible par $(x - a)$

⇒ Calcule la valeur numérique du polynôme en a , $P(a) =$ reste de la division

Si $P(a) = 0$ → Le polynôme est exactement divisible

Si $P(a) \neq 0$ → Le polynôme n'est pas exactement divisible