Fiche synthèse 5 : Racines carrées

1. *Liste des carrés parfaits*

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225

2. *Vocabulaire*

Radical

$\sqrt{80}$ → Radicande

3. *Encadrement de racines carrées*

Pour encadrer une racine carrée, je cherche les carrés parfaits inférieurs et supérieurs au radicande.

Exemple : 135 est compris entre 121 et 144. Donc la racine carrée de 135 est comprise entre 11 et 12

$$\sqrt{121} < \sqrt{135} < \sqrt{144} \quad \Leftrightarrow \quad 11 < \sqrt{135} < 12$$

4. *Construction d'un segment de longueur irrationnelle*

Cas 1 :

Construire un segment de longueur $\sqrt{13}$ cm.

1) Décomposer le nombre 13 en une somme de deux carrés : 13 = 9 + 4
2) Faire apparaître chaque nombre dans l'égalité du théorème de Pythagore sous la forme d'un carré :
   $(\sqrt{13})^2 = 3^2 + 2^2$
3) Construire un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 2 cm.
   L'hypoténuse mesurera alors $\sqrt{13}$ cm.

Cas 2 :

Construire un segment de longueur $\sqrt{7}$ cm.

1) Décomposer le nombre 7 en une différence de deux carrés : 7 = 16 – 9
   Transformer l'égalité pour faire apparaitre une somme : 7 + 9 = 16
2) Faire apparaître chaque nombre dans l'égalité du théorème de Pythagore sous la forme d'un carré :
   $4^2 = (\sqrt{7})^2 + 3^2$
3) Construire un triangle rectangle dont un des côtés de l'angle droit mesure 3 cm et l'hypoténuse 4 cm (utiliser le compas) .
   Le second côté de l'angle droit mesurera alors $\sqrt{7}$ cm.

5. *Simplification de racines carrées*

Les propriétés précédentes permettent de simplifier les racines carrées, c'est-à-dire de les remplacer par des expressions égales contenant des radicands entiers les plus petits possibles.

Exemple : $\sqrt{18} = \sqrt{9 \,.\, 2} = \sqrt{9} \,.\, \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

$3\sqrt{75} = 3\sqrt{25 \,.\, 3} = 3\sqrt{25} \,.\, \sqrt{3} = 3 \,.\, 5\sqrt{3} = 15\sqrt{3}$

6. *Addition et soustraction de racines carrées*

La somme de deux racines carrées semblables (de même radicand) est une racine carrée semblable dont le coefficient est la somme des coefficients.

Exemple : $5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

$2\sqrt{18} - 3\sqrt{50} = 6\sqrt{2} - 15\sqrt{2} = -9\sqrt{2}$

7. *Multiplication de racines carrées*

Le produit de deux racines carrées a pour coefficient le produit des coefficients et pour radicand le produit des radicands.

Exemple : $\sqrt{5} \,.\, \sqrt{2} = \sqrt{10}$

$3\sqrt{2} \,.\, 5\sqrt{3} = 15\sqrt{6}$

8. *Rendre un dénominateur rationnel*

➔ Si le dénominateur de la fraction est un monôme contenant une racine carrée, on multiplie les deux termes de la fraction par la racine carrée figurant au dénominateur.

Exemple : $\frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \,.\, \frac{\boldsymbol{\sqrt{2}}}{\boldsymbol{\sqrt{2}}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

➔ Si le dénominateur de la fraction est un binôme contenant au moins une racine carrée, on multiplie les deux termes de la fraction par le binôme conjugué du dénominateur.

Exemple : $\frac{6}{3-\sqrt{2}} = \frac{6}{3-\sqrt{2}} \,.\, \frac{\boldsymbol{3+\sqrt{2}}}{\boldsymbol{3+\sqrt{2}}} = \frac{18+6\sqrt{2}}{9-2} = \frac{18+6\sqrt{2}}{7}$