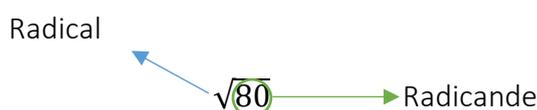


Fiche synthèse 5 : Racines carrées

1. Liste des carrés parfaits

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225

2. Vocabulaire



3. Encadrement de racines carrées

Pour encadrer une racine carrée, je cherche les carrés parfaits inférieurs et supérieurs au radicande.

Exemple : 135 est compris entre 121 et 144. Donc la racine carrée de 135 est comprise entre 11 et 12

$$\sqrt{121} < \sqrt{135} < \sqrt{144} \quad \Leftrightarrow \quad 11 < \sqrt{135} < 12$$

4. Construction d'un segment de longueur irrationnelle

Cas 1 :

Construire un segment de longueur $\sqrt{13}$ cm.

- 1) Décomposer le nombre 13 en une somme de deux carrés : $13 = 9 + 4$
- 2) Faire apparaître chaque nombre dans l'égalité du théorème de Pythagore sous la forme d'un carré :
 $(\sqrt{13})^2 = 3^2 + 2^2$
- 3) Construire un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 2 cm. L'hypoténuse mesurera alors $\sqrt{13}$ cm.

Cas 2 :

Construire un segment de longueur $\sqrt{7}$ cm.

- 1) Décomposer le nombre 7 en une différence de deux carrés : $7 = 16 - 9$
Transformer l'égalité pour faire apparaître une somme : $7 + 9 = 16$
- 2) Faire apparaître chaque nombre dans l'égalité du théorème de Pythagore sous la forme d'un carré :
 $4^2 = (\sqrt{7})^2 + 3^2$
- 3) Construire un triangle rectangle dont un des côtés de l'angle droit mesure 3 cm et l'hypoténuse 4 cm (utiliser le compas) .
Le second côté de l'angle droit mesurera alors $\sqrt{7}$ cm.

5. Simplification de racines carrées

Les propriétés précédentes permettent de simplifier les racines carrées, c'est-à-dire de les remplacer par des expressions égales contenant des radicands entiers les plus petits possibles.

$$\begin{aligned}\text{Exemple : } \quad \sqrt{18} &= \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2} \\ 3\sqrt{75} &= 3\sqrt{25 \cdot 3} = 3\sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot 5\sqrt{3} = 15\sqrt{3}\end{aligned}$$

6. Addition et soustraction de racines carrées

La somme de deux racines carrées semblables (de même radicand) est une racine carrée semblable dont le coefficient est la somme des coefficients.

$$\begin{aligned}\text{Exemple : } \quad 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} &= 8\sqrt{2} \\ 2\sqrt{18} - 3\sqrt{50} &= 6\sqrt{2} - 15\sqrt{2} = -9\sqrt{2}\end{aligned}$$

7. Multiplication de racines carrées

Le produit de deux racines carrées a pour coefficient le produit des coefficients et pour radicand le produit des radicands.

$$\begin{aligned}\text{Exemple : } \quad \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} &= \sqrt{10} \\ 3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{3} &= 15\sqrt{6}\end{aligned}$$

8. Rendre un dénominateur rationnel

→ Si le dénominateur de la fraction est un monôme contenant une racine carrée, on multiplie les deux termes de la fraction par la racine carrée figurant au dénominateur.

$$\text{Exemple : } \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

→ Si le dénominateur de la fraction est un binôme contenant au moins une racine carrée, on multiplie les deux termes de la fraction par le binôme conjugué du dénominateur.

$$\text{Exemple : } \frac{6}{3-\sqrt{2}} = \frac{6}{3-\sqrt{2}} \cdot \frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} = \frac{18+6\sqrt{2}}{9-2} = \frac{18+6\sqrt{2}}{7}$$