

FACTORISATION

C. Scolas

Nom & Prénom :



LA DRILL TEAM



<https://bit.ly/4uVCwxq>

La factorisation consiste à transformer une somme de termes en un produit. Cette opération est extrêmement utile afin de résoudre des équations et des inéquations, simplifier des fractions, trouver un dénominateur commun ou poser les conditions d'existence d'une expression.

En début de 4^e, il faut savoir factoriser en mettant en évidence ou en utilisant les produits remarquables.

En fin de 4^e, tu connaîtras la factorisation des expressions du second degré.

En 5^e, tu découvriras la méthode de Hörner.



(1) MISE EN ÉVIDENCE DE FACTEURS COMMUNS

Pour mettre en évidence, il faut que chaque terme de la somme(différence) contienne un facteur commun.

Exemples :

$$(1) 2ax - 5bx = x \cdot (2a - 5b)$$

$$(2) 5x^3y^3 - 15xy^4 + 10xy^3 = 5xy^3 \cdot (x^3 - 3y + 2)$$

$$(3) 2(a-b)x - 3(a-b)y = (a-b)(2x - 3y)$$

(2) PRODUITS REMARQUABLES

Produits remarquables		
Carré d'une somme	Carré d'une différence	Binôme conjugué
$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$	$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$	$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Pour pouvoir utiliser ces identités, il suffit de les reconnaître :

- Si l'expression contient une différence de deux carrés, on factorise en utilisant le binôme conjugué.
- Si l'expression contient 3 termes (deux carrés et un double produit), on utilise le carré d'une somme ou d'une différence, en fonction du signe du double produit.

Exemples :

$$(1) x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

Les deux carrés sont x^2 et 9, le double produit est $6x$.

$$(2) 4x^2 - 20x + 25 = (2x - 5)^2$$

Les deux carrés sont $4x^2$ et 25, le double produit est $20x$.

$$(3) 9x^2 - 16 = (3x - 4)(3x + 4)$$

Les deux carrés sont $9x^2$ et 16.

(3) EXERCICES

1. Dans chaque cas, retrouve les expressions qui sont égales à la somme proposée.

(1)	$x^2 - 16$	$(x-4)(x+4)$	$(x+4)(x-4)$	$(x-4)^2$	$(x-4)(x-4)$
(2)	$18x + 12$	$2(9x+6)$	$6(2x+3)$	$6(3x+2)$	$2(9+6x)$
(3)	$8x^2 - 12x + 4$	$4(2x^2 - 3x)$	$2(4x^2 - 6x + 2)$	$4(2x^2 - 3x + 1)$	$4(4x^2 - 8x)$
(4)	$6x - 6$	$3(3x - 3)$	$6(x-1)$	$6(x-0)$	$3(2x-2)$
(5)	$x^6 - 2x^3$	$x(x^5 - 2x^2)$	$x^3(x^3 - 2)$	$x^3(x^2 - 2)$	$x^2(x^4 - 2x)$
(6)	$25x^2 - 9$	$(5x-3)(5x+3)$	$(5x+3)^2$	$(5x-3)^2$	$(5x-3)(5x+3)$
(7)	$18a + 24b$	$18(a+6b)$	$6(3a+4b)$	$3(6a+8b)$	$2(9a+12b)$
(8)	$-1 + x^2$	$(1-x)(1+x)$	$(x-1)(x+1)$	$(x-1)^2$	$(-1+x)(1+x)$
(9)	$x^2 - 6x + 9$	$(x+3)(x-3)$	$(x-3)^2$	$(x+3)^2$	$(x-3)(x-3)$
(10)	$9x^3 - 27x^2$	$9x(x^2 - 3x)$	$x^2(9x - 27)$	$9x^2(x - 18)$	$9x^2(x - 3)$
(11)	$49 + x^2 - 14x$	$(x-7)^2$	$(x-7)(x+7)$	$(7-x)^2$	$(x-7)(7+x)$

2. Factorise, si possible, les expressions suivantes :

(1) $45a + 60 = 15(3a + 4)$

(2) $-10xy + 15xz = 5x(-2y + 3z)$

(3) $7a^5 - 5a^3 = a^3(7a^2 - 5)$

(4) $x^2 + 4x + 9 = \text{ / }$

(5) $4 - 25a^2 = (2-5a)(2+5a)$

(6) $3x^2 - 75 = 3(x^2 - 25) = 3(x-5)(x+5)$

(7) $9x^2 - 5x = x(9x - 5)$

$$(8) \quad -8x^2 + 8x - 2 = -2 \cdot (4x^2 - 4x + 1)$$

$$(9) \quad a^4 - 2a^2 + 1 = (a^2 - 1)^2 = ((a-1)(a+1))^2 = (a-1)^2 (a+1)^2$$

$$(10) \quad (2a-3)^2 - a^2 = (2a-3-a)(2a-3+a) = (a-3) \cdot (3a-3)$$

$$(11) \quad 2ax^2 - 2a = 2a(x^2 - 1)$$

$$(12) \quad 4x^3 - 4x^2 + x = x \cdot (4x^2 - 4x + 1) = x \cdot (2x-1)^2$$

$$(13) \quad 16 - y^2 = (4-y) \cdot (4+y)$$

$$(14) \quad 9x^2 + 4 = \text{✓}$$

$$(15) \quad 6x^2(x+2) + 9x(x+2) = x(x+2)(6x+9)$$

$$(16) \quad 5x^2 - 10x = 5x(x-2)$$

$$(17) \quad -2x(x-1) + (4+x)(x-1) = (x-1) \cdot (-2x+4+x) = (x-1) \cdot (-x+4)$$

$$(18) \quad (2x-3)(x+3) - (x+7)(2x-3) = (2x-3) \cdot [(x+3) - (x+7)] \\ = (2x-3) \cdot (x+3-x-7) = -4 \cdot (2x-3)$$

$$(19) \quad -5x - 25 = -5(x+5)$$

$$(20) \quad -12a^2x^3 - 30ax^2 = -6ax^2 \cdot (2ax+5)$$

$$(21) \quad 16 - 49x^2 = (4-7x) \cdot (4+7x)$$

$$(22) \quad 25x^2 - 30x + 9 = (5x-3)^2$$

$$(23) \quad -3x^2 + 12x - 12 = -3 \cdot (x^2 - 4x + 4) = -3 \cdot (x-2)^2$$

$$(24) \quad 2x^2 - 8 = 2 \cdot (x^2 - 4) = 2 \cdot (x-2)(x+2)$$

$$(25) \quad 4y^2 + 6y = 2y \cdot (2y+3)$$