



(1) EXPLICATIONS ET EXEMPLES

On peut simplifier une fraction si et seulement si le numérateur et le dénominateur sont des produits (et possèdent un facteur commun à simplifier).

Par exemple, dans la fraction $\frac{4(a+2)}{(a+2)(a-3)}$, le numérateur est un produit, le dénominateur également et $(a+2)$ est leur facteur commun. Une fois simplifiée, la fraction devient : $\frac{4}{a-3}$



On ne simplifie donc jamais dans une addition ou une soustraction.

Par exemple, dans $\frac{a+b}{a}$, on ne simplifie pas les a !

Puisque l'expression initiale est une fraction, celle-ci présente des conditions d'existence (le dénominateur d'une fraction doit être différent de 0).

La simplification ne se fait pas non plus sans condition : il faut que le facteur simplifié soit différent de 0.

Dans l'exemple précédent $\frac{4(a+2)}{(a+2)(a-3)}$, la condition d'existence est $(a+2)(a-3) \neq 0$ c'est-à-dire $a \neq -2$ et $a \neq 3$ et la condition de simplification est : $a+2 \neq 0$ c'est-à-dire $a \neq -2$.

Enfin, pour que le numérateur et le dénominateur soient des produits, il faut les factoriser en utilisant la mise en évidence (MEE) et/ou les produits remarquables (PR). Il existe d'autres techniques enseignées à partir de la 4^e secondaire.

(2) EXEMPLE

Simplifions la fraction $\frac{3x^2 - 12}{x^2 + 4x + 4}$.

1) Factorisons :

$$\text{Au numérateur : } 3x^2 - 12 = 3 \cdot (x^2 - 4) = 3 \cdot (x - 2) \cdot (x + 2) \quad (\text{MEE puis PR})$$

$$\text{Au dénominateur : } x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2 \quad (\text{PR})$$

2) Simplifions :

$$\frac{3x^2 - 12}{x^2 + 4x + 4} = \frac{3 \cdot (x - 2) \cdot (x + 2)}{(x + 2)^2} = \frac{3 \cdot (x - 2)}{x + 2}$$

3) Les conditions :

$$\text{CE : } x^2 + 4x + 4 \neq 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 \neq 0 \Leftrightarrow x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$$

$$\text{CS : } x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2 \quad (\text{ce que l'on a simplifié doit être différent de 0})$$

(3) EXERCICES

Simplifie, si possible, chaque fraction en indiquant les conditions d'existence et les conditions de simplification.

$$(1) \quad \frac{5x}{10x^2} = \frac{1}{2x}$$

$$\text{CE : } 10x^2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$$

$$\text{CS : } x \neq 0$$

$$(2) \quad \frac{a+b}{a} \quad \text{Cette fraction ne peut pas être simplifiée.}$$

$$(3) \quad \frac{3a+3b}{6} = \frac{3 \cdot (a+b)}{2 \cdot 3} = \frac{a+b}{2}$$

$$\text{CE : } /$$

$$\text{CS : } /$$

$$(4) \frac{4x+8}{2x+4} = \frac{\cancel{4} \cdot \cancel{(x+2)}}{\cancel{2} \cdot \cancel{(x+2)}} = 2$$

$$\text{CE: } 2x+4 \neq 0 \\ x \neq -2$$

$$\text{CS: } x \neq -2$$

$$(5) \frac{a}{a^2+a} = \frac{\cancel{a}}{\cancel{a} \cdot (a+1)} = \frac{1}{a+1}$$

$$\text{CE: } a^2+a \neq 0 \\ a(a+1) \neq 0 \\ a \neq 0 \text{ et } a \neq -1$$

$$\text{CS: } a \neq 0$$

$$(6) \frac{a+b^2}{a+b} \text{ Cette fraction ne peut pas \^etre simplifi\^ee.}$$

$$(7) \frac{\cancel{7} \cancel{a^2} b}{\cancel{14} \cancel{a} b^2} = \frac{a}{2b}$$

$$\text{CE: } 14ab^2 \neq 0 \\ a \neq 0 \text{ et } b \neq 0$$

$$\text{CS: } a \neq 0 \text{ et } b \neq 0$$

$$(8) \frac{x^2-9}{x+3} = \frac{(x-3)\cancel{(x+3)}}{\cancel{x+3}} = x-3$$

$$\text{CE: } x+3 \neq 0 \\ x \neq -3$$

$$\text{CS: } x \neq -3$$

$$(9) \frac{2x-10}{x^2-25} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{(x-5)}}{\cancel{(x-5)} \cdot (x+5)} = \frac{2}{x+5}$$

$$\text{CE: } x^2-25 \neq 0 \\ (x-5) \cdot (x+5) \neq 0 \\ x \neq 5 \text{ et } x \neq -5$$

$$\text{CS: } x \neq 5$$

$$(10) \frac{x^2-1}{3x-3} = \frac{\cancel{(x-1)} \cdot (x+1)}{3 \cdot \cancel{(x-1)}} = \frac{x+1}{3}$$

$$\text{CE: } 3x-3 \neq 0 \\ x \neq 1$$

$$\text{CS: } x \neq 1$$

$$(11) \frac{x-3}{x^2-6x+9} = \frac{\cancel{x-3}}{(x-3)^2} = \frac{1}{x-3}$$

$$CE: x^2-6x+9 \neq 0 \\ (x-3)^2 \neq 0$$

$$x-3 \neq 0$$

$$x \neq 3$$

$$CS: x \neq 3$$

$$(12) \frac{x^2-1}{(x+1)^2} = \frac{(x-1)\cancel{(x+1)}}{(x+1)^2} = \frac{x-1}{x+1}$$

$$CE: (x+1)^2 \neq 0$$

$$x \neq -1$$

$$CS: x \neq -1$$

$$(13) \frac{3x^2+12x+12}{6x+12} = \frac{\cancel{3} \cdot (x^2+4x+4)}{\cancel{6} \cdot (x+2)} = \frac{(x+2)^2}{x+2} = x+2$$

$$CE: 6x+12 \neq 0$$

$$x \neq -2$$

$$CS: x \neq -2$$

$$(14) \frac{15x-5}{9x^2-6x+1} = \frac{5 \cdot \cancel{(3x-1)}}{(3x-1)^2} = \frac{5}{3x-1}$$

$$CE: 9x^2-6x+1 \neq 0 \\ (3x-1)^2 \neq 0$$

$$x \neq \frac{1}{3}$$

$$CS: x \neq \frac{1}{3}$$

$$(15) \frac{\cancel{(x+2)}(x-3)}{(x-6)\cancel{(x+2)}} = \frac{x-3}{x-6}$$

$$CE: (x-6) \cdot (x+2) \neq 0$$

$$x \neq 6 \text{ et } x \neq -2$$

$$CS: x \neq -2$$