

RÉSoudre UNE ÉQUATION

C. Scolas

Nom & Prénom :



LA DRILL TEAM



<https://bit.ly/4uVCwxq>

(1) EXPLICATIONS

Une équation est une égalité qui devient une égalité numérique quand on y remplace certaines lettres appelées "inconnues" par des valeurs particulières.

Exemple : $3a = 12$

$$a = \frac{12}{3}$$

$$a = 4$$

Quand on remplace a par 4 dans l'équation de départ, on obtient $3 \cdot 4 = 12 \Leftrightarrow 12 = 12$ et cette égalité est vérifiée.

Résoudre une équation consiste à déterminer l'ensemble des valeurs de l'inconnue (ou des inconnues) pour lesquelles l'égalité est vérifiée.

Pour résoudre l'équation, on la remplace par des équations de plus en plus simples, en utilisant les principes d'équivalence.

On se base ainsi sur trois grands principes :

- Si on ajoute ou si on retranche aux deux membres d'une équation une même quantité, on forme une nouvelle équation équivalente à la première.

$$a = b \Leftrightarrow a + c = b + c$$

- Si on multiplie ou si on divise les deux membres d'une équation par une même quantité, on forme une nouvelle équation équivalente à la première.

$$a = b \Leftrightarrow ac = bc \quad (c \neq 0)$$

- Un produit est nul si et seulement si un des facteurs au moins est nul.

$$ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0$$

C'est ce qu'on appelle une
« équation produit nul »

(2) EXERCICES

Résous les équations suivantes et indique l'ensemble des solutions :

$$\begin{aligned}(1) \quad 3x+4 &= 2x+9 & S &= \{5\} \\ 3x-2x &= 9-4 \\ x &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad 2x+3 &= 3x-5 & S &= \{8\} \\ 2x-3x &= -5-3 \\ -x &= -8 \\ x &= 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad 5x-1 &= 2x+4 & S &= \left\{\frac{5}{3}\right\} \\ 5x-2x &= 4+1 \\ 3x &= 5 \\ x &= \frac{5}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad 5-(x-3) &= 4x-(3x-8) & S &= \{0\} \\ 5-x+3 &= 4x-3x+8 \\ 8-x &= x+8 \\ -x-x &= 8-8 \\ -2x &= 0 \Leftrightarrow x=0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) \quad 2+x-(5+2x)-7 &= 3x+7 & S &= \left\{-\frac{17}{4}\right\} \\ 2+x-5-2x-7 &= 3x+7 \\ x-2x-3x &= 7-2+5+7 \\ -4x &= 17 \\ x &= -\frac{17}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(6) \quad 2(x-1)-3(x+1) &= 4(x-2) & S &= \left\{\frac{3}{5}\right\} \\ 2x-2-3x-3 &= 4x-8 \\ -x-5 &= 4x-8 \\ -x-4x &= -8+5 \\ -5x &= -3 \\ x &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(7) \quad 5(x-1)+3(2-x) &= 0 & S &= \left\{-\frac{1}{2}\right\} \\ 5x-5+6-3x &= 0 \\ 2x+1 &= 0 \\ 2x &= -1 \\ x &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(8) \quad -\frac{1}{2}x+3 &= x-7 & S &= \left\{\frac{20}{3}\right\} \\ -\frac{1}{2}x-x &= -7-3 & x &= -10 \cdot -\frac{2}{3} \\ -\frac{3}{2}x &= -10 & x &= \frac{20}{3}\end{aligned}$$

$$(9) 2x(x+7) + x(3x-1) = 0$$

$$S = \left\{ 0, -\frac{13}{5} \right\}$$

$$x \cdot (2(x+7) + 3x-1) = 0$$

$$x \cdot (2x+14+3x-1) = 0$$

$$x \cdot (5x+13) = 0$$

$$\downarrow$$

$$x = 0$$

$$\searrow 5x = -13$$

$$x = -\frac{13}{5}$$

$$(10) \frac{3}{2}x + 4 = 2x - 5$$

$$S = \{18\}$$

$$\frac{3}{2}x - 2x = -5 - 4$$

$$x = -9 \cdot (-2)$$

$$-\frac{1}{2}x = -9$$

$$x = 18$$

$$(11) (2x+7)(3x-4) = 0$$

$$S = \left\{ -\frac{7}{2}, \frac{4}{3} \right\}$$

$$\downarrow$$

$$x = -\frac{7}{2}$$

$$\downarrow$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$(12) \frac{2x}{7} - \frac{6}{5} = \frac{9}{10} \cdot 70$$

$$S = \left\{ \frac{147}{20} \right\}$$

$$20x - 84 = 63$$

$$20x = 147$$

$$x = \frac{147}{20}$$

$$(13) (2x-5)(3x+1) + (2x-5)(x-4) = 0$$

$$S = \left\{ \frac{5}{2}, \frac{3}{4} \right\}$$

$$(2x-5) \cdot [(3x+1) + (x-4)] = 0$$

$$(2x-5) \cdot (3x+1+x-4) = 0$$

$$(2x-5) \cdot (4x-3) = 0$$

$$\downarrow$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$\downarrow$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$(14) 16x^2 - 8x + 1 = 0$$

$$S = \left\{ \frac{1}{4} \right\}$$

$$(4x-1)^2 = 0$$

$$4x-1 = 0$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$(15) \frac{x}{3} + \frac{9}{4} = -\frac{5x}{6} + \frac{15}{2} \cdot 12$$

$$S = \left\{ \frac{9}{2} \right\}$$

$$4x + 27 = -10x + 90$$

$$4x + 10x = 90 - 27$$

$$14x = 63$$

$$x = \frac{63}{14} = \frac{9}{2}$$

$$(16) \frac{2x+3}{6} - \frac{x-1}{6} = \frac{x+2}{3} + 2 \cdot 6$$

$$S = \{-12\}$$

$$2x+3 - (x-1) = 2 \cdot (x+2) + 12$$

$$2x+3 - x+1 = 2x+4+12$$

$$x+4 = 2x+16$$

$$-x = 12$$

$$x = -12$$

$$(17) 5x^2 - 2x = 0$$

$$S = \{0; \frac{2}{5}\}$$

$$x \cdot (5x - 2) = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$x = 0$$

$$x = \frac{2}{5}$$

$$(18) \frac{3-2x}{5} - \frac{x-2}{10} = \frac{5x+2}{2} - \frac{1}{5} \cdot 10$$

$$S = \{0\}$$

$$2 \cdot (3-2x) - (x-2) = 5 \cdot (5x+2) - 2$$

$$6-4x-x+2 = 25x+10-2$$

$$-5x+8 = 25x+8$$

$$-30x = 0$$

$$x = 0$$

$$(19) x^2 - 10x + 25 = 0$$

$$S = \{5\}$$

$$(x-5)^2 = 0$$

$$x-5 = 0$$

$$x = 5$$

$$(20) (x+2)(x-1) - (x+2)(2x+3) = 0$$

$$S = \{-2; -4\}$$

$$(x+2) \cdot [(x-1) - (2x+3)] = 0$$

$$(x+2) \cdot (x-1-2x-3) = 0$$

$$(x+2) \cdot (-x-4) = 0$$

$$\downarrow$$

$$x = -2$$

$$\downarrow$$

$$x = -4$$

$$(21) \frac{1}{4}(x+4) - \frac{1}{20}(x-60) = \frac{2}{5}(x+15) \cdot 20$$

$$S = \{-10\}$$

$$5(x+4) - (x-60) = 8(x+15)$$

$$5x+20 - x+60 = 8x+120$$

$$4x+80 = 8x+120$$

$$-4x = 40$$

$$x = -10$$

$$(22) -7x - 4 = 2\left(4 - \frac{1}{5}x\right)$$

$$S = \left\{-\frac{20}{11}\right\}$$

$$-7x - 4 = 8 - \frac{2}{5}x$$

$$-\frac{33}{5}x = 12$$

$$x = -\frac{60}{33} = -\frac{20}{11}$$

$$(23) x^2(x-4)=0$$

$$S = \{0, 4\}$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$x=0 \quad x=4$$

$$(24) \frac{5(x-2)}{8} + \frac{3(1-x)}{5} = \frac{2x+3}{10} \cdot 40$$

$$S = \left\{-\frac{38}{7}\right\}$$

$$25(x-2) + 24(1-x) = 4(2x+3)$$

$$25x - 50 + 24 - 24x = 8x + 12$$

$$x - 26 = 8x + 12$$

$$-7x = 38$$

$$x = -\frac{38}{7}$$

$$(25) 2(x+4) + 1 - 5x = 3(1-x) + 7$$

$$S = \emptyset$$

$$2x + 8 + 1 - 5x = 3 - 3x + 7$$

$$-3x + 9 = 10 - 3x$$

$$0x = 1$$

impossible

$$(26) \frac{x+1}{4} - \frac{x-1}{5} = \frac{9}{5} + 3x \cdot 20$$

$$S = \left\{-\frac{27}{59}\right\}$$

$$5(x+1) - 4(x-1) = 36 + 60x$$

$$5x + 5 - 4x + 4 = 36 + 60x$$

$$x + 9 = 36 + 60x$$

$$-59x = 27$$

$$x = -\frac{27}{59}$$

$$(27) \left(\frac{1}{2}x + 3\right)\left(x - \frac{2}{3}\right) = 0$$

$$S = \left\{-6, \frac{2}{3}\right\}$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$x = -6 \quad x = \frac{2}{3}$$

$$(28) \frac{1-x}{4} - \frac{3-x}{5} = \frac{x}{2} \quad .20$$

$$S = \left\{ -\frac{7}{11} \right\}$$

$$5 \cdot (1-x) - 4 \cdot (3-x) = 10x$$

$$5 - 5x - 12 + 4x = 10x$$

$$-7 - x = 10x$$

$$-11x = 7$$

$$x = -\frac{7}{11}$$

$$(29) (x+1)(x-1) = x^2 - 1$$

$$S = \mathbb{R}$$

$$(x+1)(x-1) = (x+1) \cdot (x-1)$$

$$(x+1)(x-1) - (x+1) \cdot (x-1) = 0$$

$$0 = 0$$

$$(30) x^2 + x = 0$$

$$S = \{0, -1\}$$

$$x \cdot (x+1) = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$x = 0 \quad x = -1$$

$$(31) x^3 = 16x$$

$$S = \{0, 4, -4\}$$

$$x^3 - 16x = 0$$

$$x \cdot (x-4) \cdot (x+4) = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$x \cdot (x^2 - 16) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 4 \quad x = -4$$

$$(32) (x-1)^2 = (2x+1)(x-1)$$

$$S = \{1, -2\}$$

$$(x-1)^2 - (2x+1)(x-1) = 0$$

$$(x-1) \cdot [(x-1) - (2x+1)] = 0$$

$$(x-1) \cdot (x-1-2x-1) = 0$$

$$(x-1) \cdot (-x-2) = 0$$

$$\downarrow$$

$$x = 1$$

$$\downarrow$$

$$x = -2$$

$$(33) 5x^2 - 20 = 0$$

$$S = \{2, -2\}$$

$$5 \cdot (x^2 - 4) = 0$$

$$5 \cdot (x-2) \cdot (x+2) = 0$$

$$\downarrow$$

$$x = 2$$

$$\downarrow$$

$$x = -2$$

$$(34) (2x-3)^2 - 16 = 0$$

$$S = \left\{ \frac{7}{2}, -\frac{1}{2} \right\}$$

$$(2x-3-4) \cdot (2x-3+4) = 0$$

$$(2x-7) \cdot (2x+1) = 0$$

$$\downarrow$$

$$x = \frac{7}{2}$$

$$\downarrow$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$(35) (x+3)^2 - (x+3)(2x-1) = 0$$

$$S = \{-3; 4\}$$

$$(x+3) \cdot [(x+3) - (2x-1)] = 0$$

$$(x+3) \cdot (x+3-2x+1) = 0$$

$$(x+3) \cdot (-x+4) = 0$$

$$\downarrow$$

$$x = -3$$

$$\downarrow$$

$$x = 4$$

$$(36) 25x^2 - 36 = 0$$

$$S = \left\{ \frac{6}{5}; -\frac{6}{5} \right\}$$

$$(5x-6) \cdot (5x+6) = 0$$

$$\downarrow$$

$$x = \frac{6}{5}$$

$$\downarrow$$

$$x = -\frac{6}{5}$$

$$(37) x(x-3) - 4(x-3) = 0$$

$$S = \{3; 4\}$$

$$(x-3) \cdot (x-4) = 0$$

$$\downarrow$$

$$x = 3$$

$$\downarrow$$

$$x = 4$$

$$(38) -3(2x-8) = -12$$

$$S = \{6\}$$

$$-6x + 24 = -12$$

$$-6x = -36$$

$$x = 6$$

$$(39) \frac{1}{6}x = 2$$

$$S = \{12\}$$

$$x = 2 \cdot 6 = 12$$

$$(40) 10 - 5x = 3(x-4) - 2(x+7)$$

$$S = \{-6\}$$

$$10 - 5x = 3x - 12 - 2x - 14$$

$$10 - 5x = x - 26$$

$$-6x = -36$$

$$x = -6$$

$$(41) 9(x+1) - 4x = 5 - (1-3x)$$

$$S = \left\{ -\frac{5}{2} \right\}$$

$$9x + 9 - 4x = 5 - 1 + 3x$$

$$5x + 9 = 4 + 3x$$

$$2x = -5$$

$$x = -\frac{5}{2}$$

$$(42) (x-7)(3x+2) - (x-7) = 0$$

$$S = \left\{ 7; -\frac{1}{3} \right\}$$

$$(x-7) \cdot [(3x+2) - 1] = 0$$

$$(x-7) \cdot (3x+2-1) = 0$$

$$(x-7) \cdot (3x+1) = 0$$

$$\downarrow$$

$$x = 7$$

$$\downarrow$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

$$(43) \quad 2x(x-1) - (x-1)(3x+4) = 0$$

$$S = \{1; -4\}$$

$$(x-1) \cdot (2x - (3x+4)) = 0$$

$$(x-1) \cdot (2x - 3x - 4) = 0$$

$$(x-1) \cdot (-x-4) = 0$$

$$\downarrow$$

$$x=1$$

$$\downarrow$$

$$x=-4$$

$$(44) \quad 7x - 3x^2 = 0$$

$$S = \{0; \frac{7}{3}\}$$

$$x \cdot (7 - 3x) = 0$$

$$\downarrow$$

$$x=0$$

$$\downarrow$$

$$x = \frac{7}{3}$$

$$(45) \quad 4x^2 + 12x = -9$$

$$S = \{0; -\frac{3}{2}\}$$

$$4x^2 + 12x + 9 = 0$$

$$(2x+3)^2 = 0$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$(46) \quad (2x-3)(x+1) + 4x^2 - 9 = 0$$

$$S = \{\frac{3}{2}; -\frac{4}{3}\}$$

$$(2x-3)(x+1) + (2x-3) \cdot (2x+3) = 0$$

$$(2x-3) \cdot [(x+1) + (2x+3)] = 0$$

$$(2x-3) \cdot (3x+4) = 0$$

$$\downarrow$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$\downarrow$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

$$(47) \quad x^2 - 9 - (x-3)(2x+7) = 0$$

$$S = \{3; -4\}$$

$$(x-3) \cdot (x+3) - (x-3) \cdot (2x+7) = 0$$

$$(x-3) \cdot [(x+3) - (2x+7)] = 0$$

$$(x-3) \cdot (x+3-2x-7) = 0$$

$$(x-3) \cdot (-x-4) = 0$$

$$\downarrow$$

$$x=3$$

$$\downarrow$$

$$x=-4$$