Collège Visitation La Berlière **Nom :** …………………………………… **Prénom :** …………………………………	Remédiation aux prérequis – 5e année **Résoudre une inéquation** **M5G71** Date : …………………………… Classe : ……………… Professeur : C. Scolas

Propriétés des inégalités

Quand on travaille avec des inégalités, il faut connaître les règles suivantes :

- Lorsqu'on **ajoute** un même nombre aux deux membres d'une inégalité, on obtient une inégalité de même sens :

  $$\text{si } a < b \text{ , alors } a + c < b + c$$

  Lorsqu'on **retranche** un même nombre aux deux membres d'une inégalité, on obtient une inégalité de même sens :

  $$\text{si } a < b \text{ , alors } a - c < b - c$$

- Lorsqu'on multiplie les deux membres d'une inégalité,
  - par un nombre **positif**, on obtient une inégalité de même sens :

    $$\text{si } a < b \text{ et si } c > 0\text{, alors } a.c < b.c$$

  - par un nombre **négatif**, on obtient une inégalité de sens contraire :

    $$\text{si } a < b \text{ et si } c < 0\text{, alors } a.c > b.c$$

- Lorsqu'on divise les deux membres d'une inégalité,
  - par un nombre **positif**, on obtient une inégalité de même sens :

    $$\text{si } a < b \text{ et si } c > 0\text{, alors } \frac{a}{c} < \frac{b}{c} \text{ où } c \neq 0$$

  - par un nombre **négatif**, on obtient une inégalité de sens contraire :

    $$\text{si } a < b \text{ et si } c < 0\text{, alors } \frac{a}{c} > \frac{b}{c} \text{ où } c \neq 0$$

Définition : Une ***inéquation*** est une inégalité qui n'est vérifiée que pour certaines valeurs données aux variables qu'elle contient. Ces variables sont les **inconnues** de l'inéquation et les valeurs qui vérifient l'inéquation sont appelées les **solutions** de l'inéquation.

Deux inéquations sont ***équivalentes*** si toute solution de la première est solution de la seconde, et réciproquement.

Exemples détaillés

Résolvons l'inéquation $-2x+1<-\frac{1}{2}$.

Solution :

$$-2x<-\frac{1}{2}-1$$

$$-2x<-\frac{3}{2}$$

$$x>\frac{-\frac{3}{2}}{-2}$$

$$x>\frac{3}{4}$$

et donc la solution est $S=\left]\frac{3}{4};+\infty\right[$

Résolvons l'inéquation $\frac{x}{x-3}<2$.

Pour résoudre une inéquation,

- Mettre tous les termes dans un seul membre et égaler le second membre à 0 ;
- Mettre éventuellement le premier membre au même dénominateur. Et faire, lorsque c'est nécessaire, le tableau de signe de cette expression.
- En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation.

Ne jamais supprimer le dénominateur dans une inéquation car celui-ci a un signe qui interviendra dans le tableau de signe.

Solution :

$$\frac{x}{x-3}-2<0$$

$$\frac{x-2(x-3)}{x-3}<0$$

$$\frac{x-2x+6}{x-3}<0$$

$$\frac{-x+6}{x-3}<0$$

Pour établir le tableau de signe de cette expression, on calcule les racines du numérateur et du dénominateur :

N $\quad -x+6=0 \Leftrightarrow x=6$

D $\quad x-3=0 \Leftrightarrow x=3$

x		3		6	
$-x+6$	–	–	–	0	+
$x-3$	–	0	+	+	+
$\frac{-x+6}{x-3}$	+	///	–	0	+

Et donc la solution est $S=]3;6[$.

Résolvons l'inéquation $x^2-5x+6\leq 0$.

Solution détaillée : On commence par calculer les racines de x^2-5x+6 en calculant Δ :

$$\Delta=(-5)^2-4.1.6=1$$

$$x_{1,2}=\frac{5\pm 1}{2}= \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$$

x		2		3	
x^2-5x+6	+	0	–	0	+

Et donc la solution est $S=[2;3]$.

Exercices

1. Résous les inéquations suivantes, en indiquant les étapes de résolution :

		Solutions
(1)	$2x+7\geq 0$	
(2)	$\frac{1-3x}{4}\geq 0$	
(3)	$2(x-3)\geq 8-3x$	
(4)	$\frac{x-2}{3}-\frac{1-x}{2}\geq 0$	
(5)	$x(x-1)\geq 0$	

(6)	$(2x-3)(1-7x)<0$	
(7)	$\frac{x^2-9}{1-x}>0$	
(8)	$\frac{x+5}{4-5x}<\frac{1}{2}$	
(9)	$\frac{2x-1}{x+3}>\frac{2x}{x-4}$	

(10)	$\dfrac{x-1}{3x+2} \leq \dfrac{3x+2}{x-1}$	
(11)	$3x-1 \leq \dfrac{1}{2x+3}$	
(12)	$x^2-4x+3 \geq 0$	

(13)	$\frac{4x^2+2x}{2x+1} \geq 0$	

2. D'autres exercices via le lien :
https://view.genial.ly/5f294740dff6c40da0fd224a/vertical-infographic-timeline-genially-sans-titre